

제 2 교시

수리 영역 **나형**1. $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{4}}$ 의 값은? (2점)

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(3n+2)}{n(n+1)}$ 의 값은? (2점)

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

3. 함수 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 3)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? (2점)

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

4. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식 $(A - E)X = E$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) (3점)

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 2

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^4}{n^5}$ 의 값은? (3점)

- ① $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ⑤ $\frac{1}{6}$

- ② $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{1}{5}$

6. 두 사건 A, B 가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, $P(B|A^c)$ 의 값은?
(단, $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$) (3점)

(가) $P(A|B) + P(A^c) = 1$
(나) $P(B^c|A) = \frac{1}{3}$

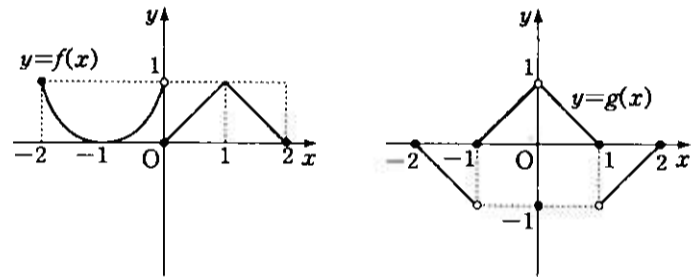
- ① $\frac{5}{12}$
- ③ $\frac{7}{12}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

- ② $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$

7. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} t-1 & -1 \\ t-1 & t+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 무수히 많은 해를 갖도록 하는 두 실수 t 의 값의 합은? (3점)

- ① -2
- ③ 0
- ⑤ 2
- ② -1
- ④ 1

8. 정의역이 $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$ 인 두 함수 $f(x), g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -0} \{f(x) + g(1-x)\}$ 의 값은? (3점)

- ① -2
- ③ 0
- ⑤ 2
- ② -1
- ④ 1

9. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 (a_n) 에 대하여 $a_{10}=10$ 일 때, $a_p \times a_q=900$ 을 만족시키는 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은? (3점)

- ① 22 ② 24
- ③ 26 ④ 28
- ⑤ 30

10. 수열 (a_n) 이 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $a_1=1, a_2=2$ (나) $a_{n+2}-a_{n+1}=a_{n+1}-a_n+2$ ($n=1, 2, 3, \dots$)
--

- $a_{50}-a_{49}$ 의 값은? (3점)
- ① 89 ② 91
 - ③ 93 ④ 95
 - ⑤ 97

11. 두 수열 $(a_n), (b_n)$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - \frac{n}{n+1}) = 1, \sum_{n=1}^{\infty} nb_n = 2$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (3점)

<보 기>

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + nb_n) = 1$
ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$
ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \frac{b_n}{n})$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2 + A^4 + A^6 + \dots + A^{40}$ 의 모든 성분의 합은? (4점)

- ① 880 ② 840
- ③ 800 ④ 760
- ⑤ 720

13. 다음 조건을 모두 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? (3점)

(가) $\log(10 \times 2^n)$ 의 지표와 $\log 4^n$ 의 지표는 서로 같다.
 (나) $\log(10 \times 2^n)$ 의 가수는 $\log 4^n$ 의 가수보다 크다.

- | | |
|------|-----|
| ① 3 | ② 5 |
| ③ 7 | ④ 9 |
| ⑤ 11 | |

14. 온도가 80°C 인 음료수 A를 온도가 -10°C 로 일정한 냉동실에 넣어 둘 때, 넣어둔 지 t 분 후의 음료수 A의 온도를 $f(t)$ ($^{\circ}\text{C}$)라 하면 관계식

$$f(t) = -10 + cp^{-kt} \quad (c, p, k \text{는 상수}, t \geq 0)$$

이 성립한다. 온도가 80°C 인 음료수 A를 온도가 -10°C 로 일정한 냉동실에 넣어둘 때, 넣어둔 지 15분 후의 음료수 A의 온도가 50°C 가 되었다. 온도가 80°C 인 음료수 A를 온도가 -10°C 로 일정한 냉동실에 넣어둘 때, 넣어둔 지 30분 후의 음료수 A의 온도는? (4점)

- | | |
|------------------------|------------------------|
| ① 10°C | ② 15°C |
| ③ 20°C | ④ 25°C |
| ⑤ 30°C | |

15. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k+1} + \sqrt{k+2} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} = \frac{n(n+1)}{2} \dots\dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) $= \frac{1}{1} = 1$, (우변) $= \frac{1 \cdot 2}{2} = 1$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ (m 은 자연수)일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k+1} + \sqrt{k+2} + \dots + \sqrt{m}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} = \frac{m(m+1)}{2}$$

이다. 이제, $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{m+1} \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k+1} + \sqrt{k+2} + \dots + \sqrt{m+1}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k+1} + \sqrt{k+2} + \dots + \sqrt{m+1}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} + \text{[(가)]} \\ &= \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{k} + \sqrt{k+1} + \sqrt{k+2} + \dots + \sqrt{m}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} + \sum_{k=1}^m \frac{\sqrt{m+1}}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} \\ &\quad + \text{[(가)]} \\ &= \frac{m(m+1)}{2} + \sqrt{m+1} \times \text{[(나)]} + \text{[(가)]} \\ &= \frac{(m+1)(m+2)}{2} \end{aligned}$$

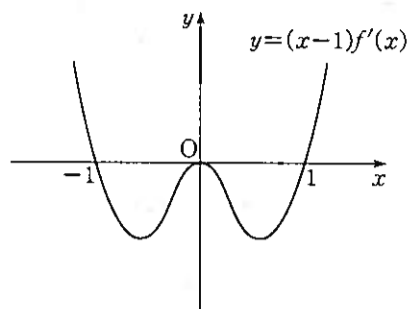
따라서, $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에서 수학적 귀납법에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 들어갈 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(8) + g(9)$ 의 값은? (4점)

- | | |
|--------------------|--------------------|
| ① $12 - 8\sqrt{2}$ | ② $12 - 6\sqrt{2}$ |
| ③ $12 - 4\sqrt{2}$ | ④ $8 - 6\sqrt{2}$ |
| ⑤ $8 - 4\sqrt{2}$ | |

16. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 함수 $y=(x-1)f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (4점)



- < 보 기 >
- ㄱ. 함수 $f(x)$ 는 $x = -\frac{1}{2}$ 에서 증가상태에 있다.
 - ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극솟값을 가진다.
 - ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극값을 가진다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 크기와 모양이 같은 검은 공 4개와 흰 공 1개가 들어 있는 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후, 다시 넣지 않는 시행을 반복한다고 하자. 흰 공이 나올 때까지 주머니에서 꺼낸 공의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? (4점)

- ① $\frac{13}{5}$
- ② $\frac{14}{5}$
- ③ 3
- ④ $\frac{16}{5}$
- ⑤ $\frac{17}{5}$

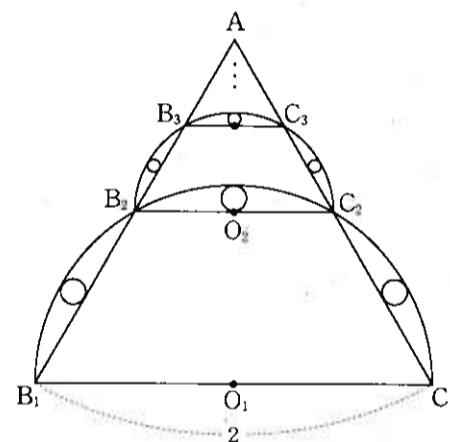
18. $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -x^2 + 3x$ 와 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

- (가) $g(0) = 0$
- (나) $0 < g'(0) < f'(0)$

곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y=f(x)$ 와 두 직선 $y=g(x)$, $x=3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, $\int_0^3 g(x)dx$ 의 값은? (4점)

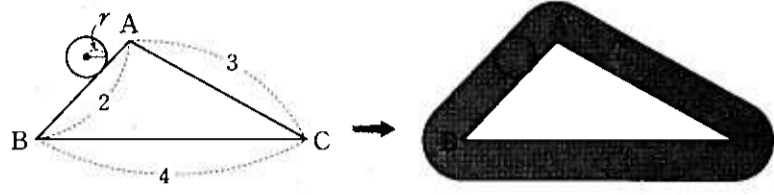
- ① 4
- ② $\frac{9}{2}$
- ③ 5
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ 6

19. 한 변의 길이가 2인 정삼각형 AB_1C_1 이 있다. 그림과 같이 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 이 두 선분 AB_1 , AC_1 과 만나는 점을 각각 B_2 , C_2 라 하자. 세 호 B_1B_2 , B_2C_2 , C_2C_1 과 세 현 B_1B_2 , B_2C_2 , C_2C_1 으로 이루어진 세 활꼴에 내접하는 원 중에서 반지름의 길이가 가장 큰 원을 세 활꼴의 내부에 각각 하나씩 그리고, 이 세 원의 둘레의 길이의 합을 l_1 이라 하자. 또, 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 가 두 선분 AB_2 , AC_2 와 만나는 점을 각각 B_3 , C_3 이라 하자. 세 호 B_2B_3 , B_3C_3 , C_3C_2 와 세 현 B_2B_3 , B_3C_3 , C_3C_2 로 이루어진 세 활꼴에 내접하는 원 중에서 반지름의 길이가 가장 큰 원을 세 활꼴의 내부에 각각 하나씩 그리고, 이 세 원의 둘레의 길이의 합을 l_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 l_n 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? (4점)



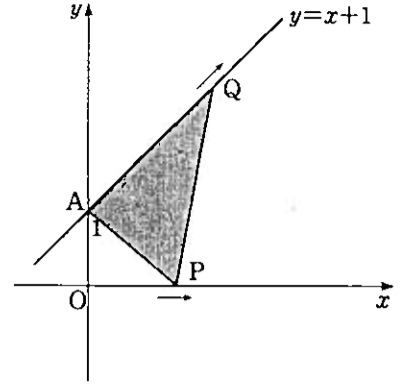
- ① $(2-\sqrt{3})\pi$
- ② $2(2-\sqrt{3})\pi$
- ③ $3(2-\sqrt{3})\pi$
- ④ $4(2-\sqrt{3})\pi$
- ⑤ $5(2-\sqrt{3})\pi$

20. 세 변 AB, BC, CA의 길이가 각각 2, 4, 3인 삼각형 ABC가 있다. 그림과 같이 반지름의 길이가 r 인 원을 삼각형 ABC의 바깥쪽에 서 변에 접하면서 굴린다. 원이 삼각형 ABC의 둘레를 한 바퀴 돌 때, 이 원이 지나간 영역(어두운 부분)의 넓이를 $S(r)$ 라 하자. $\lim_{r \rightarrow +0} \frac{S(r)}{r}$ 의 값은? (4점)



- ① 4π
- ② 9
- ③ $4\pi + 9$
- ④ 18
- ⑤ 8π

21. 좌표평면에서 점 P는 원점을 출발하여 x 축 위를 매초 1의 일정한 속도로 x 축의 양의 방향으로 움직이고, 점 Q는 점 A(0, 1)을 출발하여 직선 $y=x+1$ 위를 매초 2의 일정한 속도로 움직인다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 t 초 후의 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. 삼각형 APQ의 넓이가 $6\sqrt{2}$ 가 되는 순간, $S(t)$ 의 시간(초)에 대한 변화율은? (단, 점 Q는 출발 후 제1사분면 위에 있다.) (4점)



- ① $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{11\sqrt{2}}{4}$
- ③ $3\sqrt{2}$
- ④ $\frac{13\sqrt{2}}{4}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

단답형

22. 다항식 $2\left(2x + \frac{1}{2}\right)^{10}$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하시오. (3점)

23. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{(x^2 - 4)f(x)} = \frac{1}{8}$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값을 구하시오. (3점)

24. 정적분 $\int_{-2}^2 (4x^3 + 3x^2 + 2|x| + 1)dx$ 의 값을 구하시오. (3점)

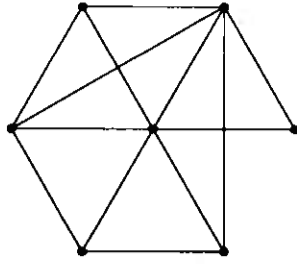
25. 어느 단축 마라톤 대회에 출전한 참가자들의 기록은 평균 30분, 표준편차 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 참가자 중 임의로 택한 한 참가자의 기록이 24분 이상 30분 이하일 확률은 p 이다. $100p$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. (3점)

〈표준정규분포표〉

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

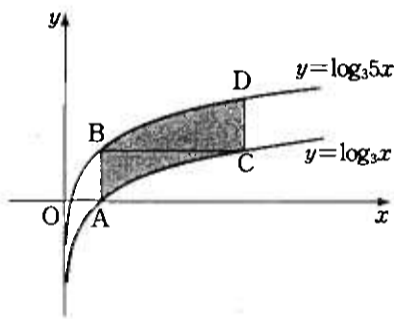
26. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가 $P(X=x) = {}_9C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{9-x}$ ($x=0, 1, 2, \dots, 9$)일 때, $V(3X+1)$ 의 값을 구하시오. (3점)

27. 그림과 같은 그래프 G 가 있다. 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 P 라 하자. 행렬 P^2 의 (i, i) 성분 중 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $10M+m$ 의 값을 구하시오. (단, $i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$) (4점)



29. 한 개의 동전을 두 번 던져서 두 번 모두 앞면이 나오면 1점을 얻고, 뒷면이 적어도 한 번 나오면 2점을 얻는 게임이 있다. 이 게임을 4번 할 때, 7점을 얻을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) (4점)

28. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=\log_3 x$ 와 x 축이 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 5x$ 와 만나는 점을 B 라 하자. 또, 점 B 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 x$ 와 만나는 점을 C 라 하고, 점 C 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 5x$ 와 만나는 점을 D 라 하자. 두 곡선 $y=\log_3 x, y=\log_3 5x$ 와 두 직선 AB, CD 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, 3^S 의 값을 구하시오. (4점)



30. 실수 x 에 대하여 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 $[x]$ 로 나타내자. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{2^n} + \frac{1}{10^{10}} \right] = S$ 일 때, $|S|$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) (4점)

♣ 확인 사항
 답안지에 필요한 사항을 정확히 기입(표기)하였는지 확인하시오.