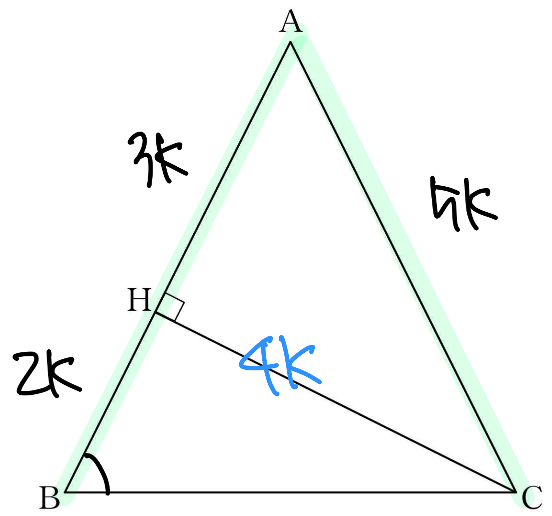
수학 영역

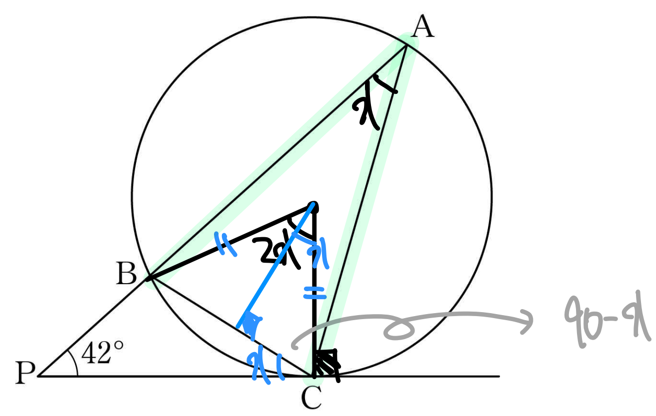
1. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AH}:\overline{HB}=3:2$일 때, 삼각형 BCH에서 $\tan B$의 값은? [3점]



① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

$\tan B = \frac{4k}{2k} = 2$

2. 그림과 같이 원 위의 세 점 A, B, C와 원 밖의 한 점 P에 대하여 직선 PC는 원의 접선이고 세 점 A, B, P는 한 직선 위에 있다. $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle APC=42°$일 때, $\angle CAB$의 크기는? [4점]



① 24° ② 26° ③ 28° ④ 30° ⑤ 32°

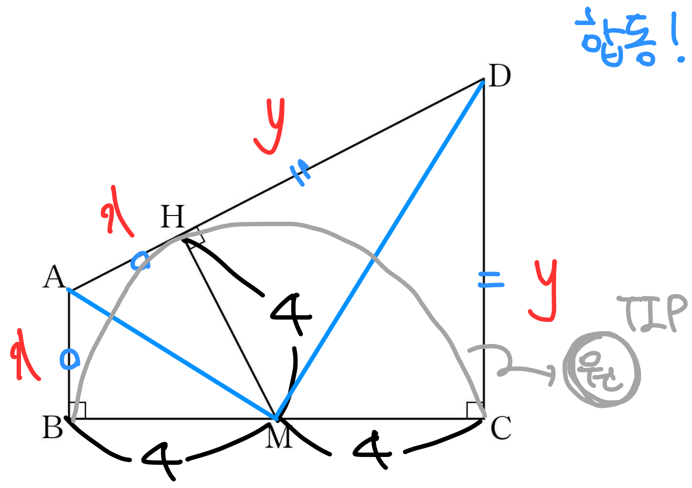
$\angle ABC = \frac{1}{2}(180-x) = x+42$

$180-x = 2x+84$

$3x = 96$

$x = 32$

3. 그림과 같이 $\angle B = \angle C = 90°$ 인 사다리꼴 ABCD의 넓이가 36이다. 변 BC의 중점 M에서 변 AD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{BM} = \overline{MH} = 4$이다. 선분 AD의 길이는? [4점]

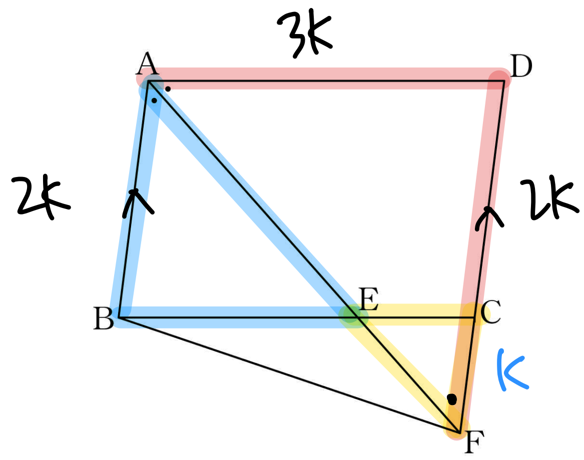


① 9　② 10　③ 11　④ 12　⑤ 13

$36 = (x+y) \times 8 \times \frac{1}{2} \rightarrow x+y=9$

$\therefore \overline{AD} = 9$

4. 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E, 변 DC의 연장선과 만나는 점을 F라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2:3$이고 평행사변형 ABCD의 넓이가 30일 때, 삼각형 BFE의 넓이를 구하는 과정이다.

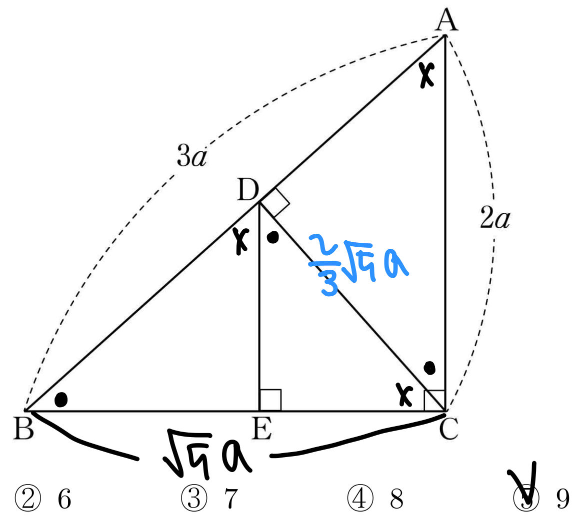
> $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DF}$ 이므로 $\angle DFA = \angle BAF$ (엇각)
> 그러므로 삼각형 DAF는 $\overline{DA} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.
> $\overline{CF} = \overline{DF} - \overline{DC} = \overline{DA} - \overline{AB}$이므로
> $\overline{CF} = \boxed{(가)} \times \overline{AB}$ → $\frac{1}{2}$
> $\triangle ABE \backsim \triangle FCE$이므로 → 닮음비 2:1
> $\overline{EF} = \boxed{(나)} \times \overline{AF}$ → $\frac{1}{3}$
> $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DF}$ 이므로 삼각형 ABF의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이와 같다.
> 따라서 삼각형 BFE의 넓이는 $\boxed{(다)}$ 이다. → $30 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 5$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, abc의 값은? [4점]

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{5}{6}$　⑤ 1

$abc = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 = \frac{5}{6}$

5. 그림과 같이 $\overline{AB}=3a$, $\overline{AC}=2a$이고 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 D, 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 E라 할 때, 선분 DE의 길이가 자연수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중 가장 작은 수는? [4점]



① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$\overline{AB}\cdot\overline{CD}=\overline{AC}\cdot\overline{BC} \rightarrow 3a\cdot\overline{CD}=2\sqrt{5}a^2$

$\therefore \overline{CD}=\frac{2}{3}\sqrt{5}a$

$\overline{DE}=\frac{2}{3}\sqrt{5}a\cdot\sin(x)$ ※ 피타고라스 정리 OK.

$=\frac{2}{3}\sqrt{5}a\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}$

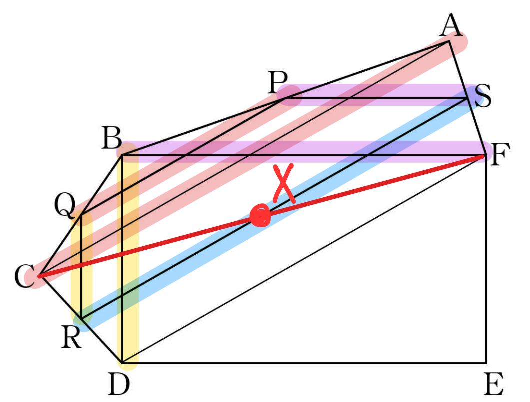
$=\frac{10}{9}a \in \mathbb{N}$

a는 9의 배수 → $\min(a)=9$

6. 그림과 같이 육각형 ABCDEF에서 사각형 BDEF는 둘레의 길이가 88인 직사각형이다. 네 변 AB, BC, CD, FA의 각각의 중점 P, Q, R, S에 대하여 세 선분 CA, RS, DF가 다음 조건을 만족시킨다. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

(가) $\overline{CA}$ // $\overline{RS}$ // $\overline{DF}$
(나) $\overline{CA}=38$, $\overline{DF}=32$

사각형 PQRS의 둘레의 길이는? [4점]



① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\cdot\overline{AC}=\frac{1}{2}\cdot 38=19$

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\cdot\overline{BD}$

$\overline{PS}=\frac{1}{2}\cdot\overline{BF}$

$\rightarrow \overline{QR}+\overline{PS}=\frac{1}{2}(\overline{BD}+\overline{BF})$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\cdot 88\right)$

$=22$

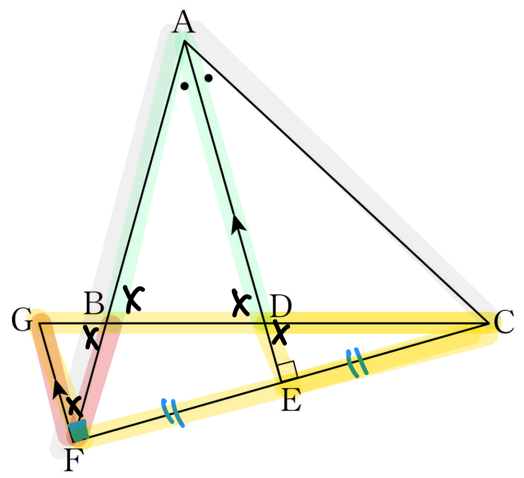
$\overline{RS}=\overline{RX}+\overline{XS}=\frac{1}{2}\cdot\overline{DF}+\frac{1}{2}\cdot\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\cdot 32+\frac{1}{2}\cdot 38$

$=35$

$\therefore 19+22+35=76$

7. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{AB}=\overline{AD}$이다. 점 C에서 선분 AD의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 선분 CE의 연장선과 선분 AB의 연장선이 만나는 점을 F라 하자. 점 F를 지나면서 선분 AE와 평행한 직선이 선분 CB의 연장선과 만나는 점을 G라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $\overline{BF}=\overline{GF}$ 맞꼭지각 & 엇각

ㄴ. $\overline{DE}=\frac{3}{5}\overline{BF}$

ㄷ. $\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $\triangle AFE \equiv \triangle ACE$ (ASA 합동)

$\triangle CDE \sim \triangle CGF$ (AA 닮음) 1:2

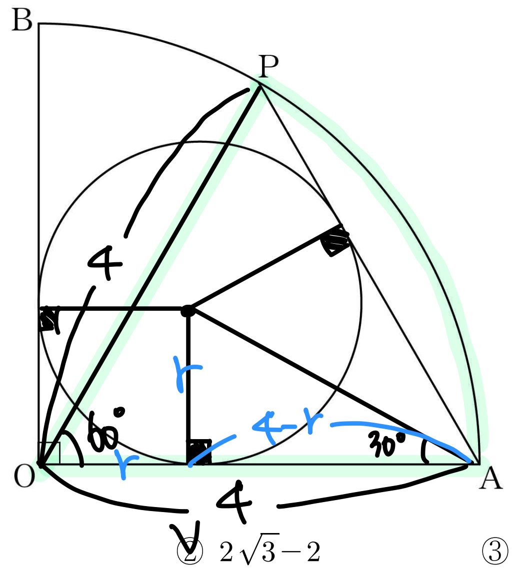
$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{GF}=\frac{1}{2}\cdot\overline{BF}$

ㄷ. $\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=\overline{AB}+\frac{1}{2}\cdot\overline{BF}$

$=\frac{1}{2}(2\overline{AB}+\overline{BF})$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC})$

8. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB의 호 AB를 삼등분하여, 점 B에 가까운 점을 P라 하자. 세 선분 OA, OB, AP에 모두 접하는 원의 반지름의 길이는? [4점]

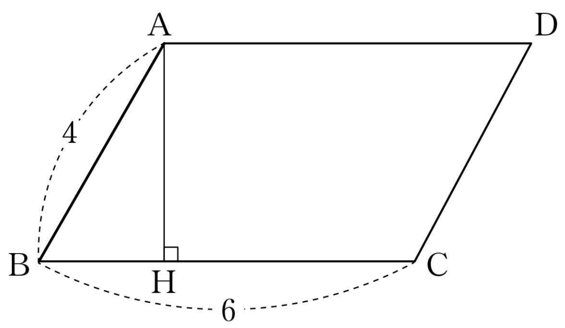


① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}-2$ ③ $\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{2}-1$ ⑤ $2\sqrt{3}-1$

$r : 4-r = 1:\sqrt{3} \rightarrow \sqrt{3}r = 4-r$

$\therefore r=\frac{4}{1+\sqrt{3}}=\frac{4(\sqrt{3}-1)}{2}=2\sqrt{3}-2$

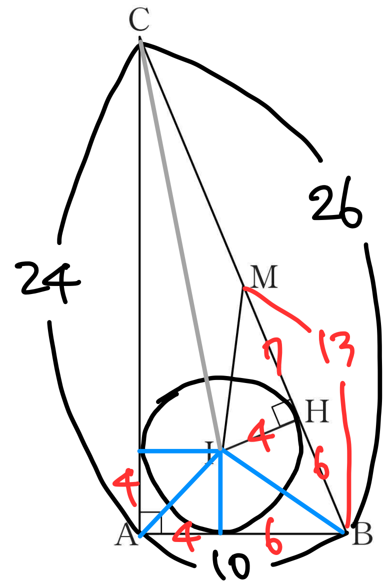
9. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=6$ 인 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $6\sqrt{11}$ 이다. 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{BH}^2$ 을 구하시오. (단, ∠B는 예각이다.) [3점]



$6\sqrt{11} = 6 \cdot \overline{AH} \rightarrow \overline{AH} = \sqrt{11}$

$\overline{BH}^2 = 16 - 11 = 5$

10. 그림과 같이 $\overline{AB}=10$, $\overline{AC}=24$, $\overline{BC}=26$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하자. 점 I 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H, 변 BC 의 중점을 M 이라 할 때, 삼각형 IHM 의 넓이를 구하시오. [4점]



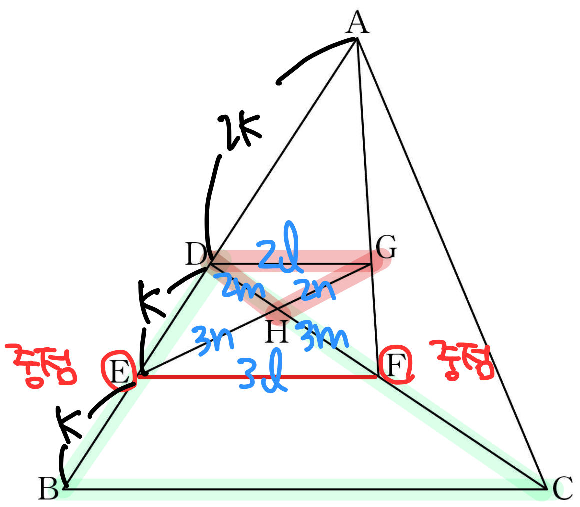
$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 24 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot (10+26+24)$

$120 = \frac{1}{2} \cdot r \cdot 60$

$\therefore r = 4$

$\triangle IHM = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14$

11. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 AB의 중점을 D, 선분 BD의 중점을 E, 선분 CD의 중점을 F라 하자. 점 D를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 선분 AF와 만나는 점을 G라 하고, 두 선분 EG, DF의 교점을 H라 할 때, 삼각형 DBC의 넓이는 삼각형 DHG의 넓이의 k배이다. k의 값을 구하시오. [4점]



$\triangle BCD = S$ 라 하자 $\rightarrow \triangle ACD = S$

$\triangle ADF = \frac{S}{2}$

$\triangle DEF = \frac{S}{4}$

$\therefore \triangle EFH = \frac{S}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}S$

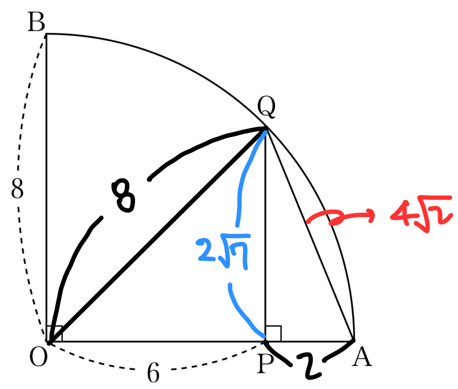
$\triangle DHG = \frac{3}{20}S \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{15}S$

닮음 이용
닮음비 2 : 3
→ 넓이비 4 : 9

$k = 15$

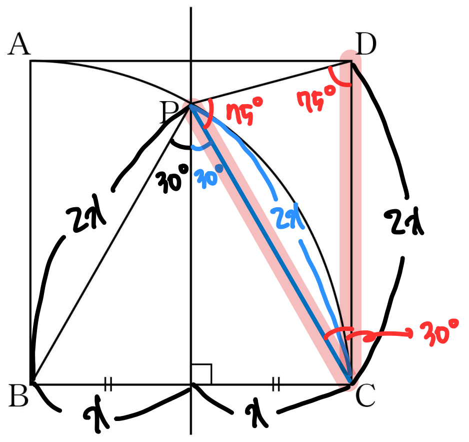
12. 그림과 같이 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB에서 선분 OA 위에 $\overline{OP}=6$이 되도록 점 P를 잡는다. 점 P를 지나고 선분 OA에 수직인 직선이 호 AB와 만나는 점을 Q라 할 때, 선분 AQ의 길이는? [3점]

피타고라스의 정리



① $2\sqrt{7}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ 6

13. 그림과 같이 정사각형 ABCD에서 점 B를 중심으로 하는 부채꼴 BCA가 있다. 변 BC의 수직이등분선이 호 CA와 만나는 점을 P라 할 때, ∠BPD의 크기는? [3점]

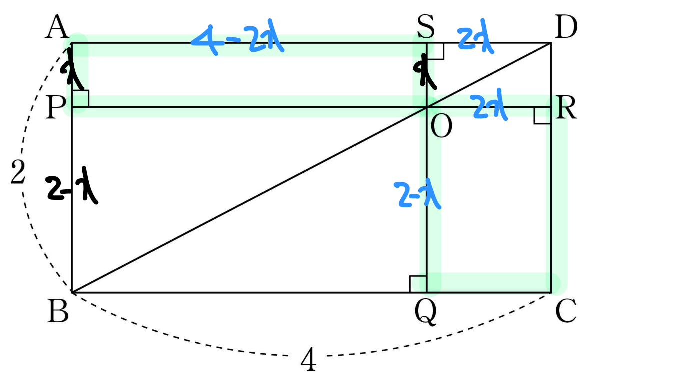


① 120°　② 125°　③ 130°　④ 135°　⑤ 140°

$\therefore \angle BPD = 60° + 75° = 135°$

14. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$인 직사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위에 한 점 O를 잡고, 점 O에서 네 변 AB, BC, CD, DA에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S라 하자. 사각형 APOS와 사각형 OQCR의 넓이의 합이 3이고 $\overline{AP} < \overline{PB}$일 때, 선분 AP의 길이는? [4점]

닮음 이용



① $\frac{3}{8}$　② $\frac{7}{16}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{9}{16}$　⑤ $\frac{5}{8}$

$3 = x(4-2x) + 2x(2-x)$

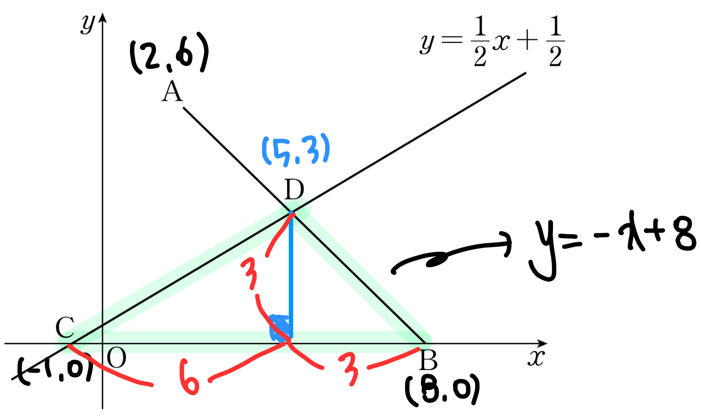
$= -4x^2 + 8x$

$4x^2 - 8x + 3 = 0$

2　-3
2　-1

$\therefore x = \frac{1}{2}$ ($\because \overline{AP} < \overline{BP}$)

15.. 그림과 같이 좌표평면에서 두 점 A(2, 6), B(8, 0)에 대하여 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$의 그래프가 x축과 만나는 점을 C, 선분 AB와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 CBD의 넓이는? [4점]



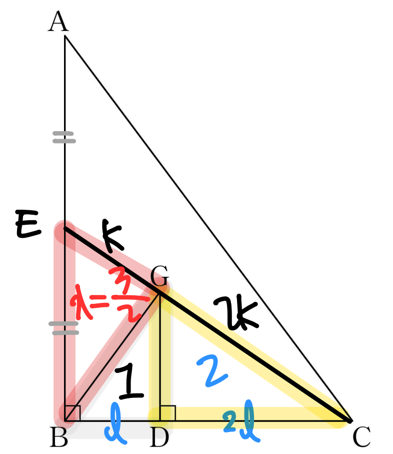
① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

$-x+8=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2}x=\frac{15}{2}$ $\therefore x=5$

D(5, 3)

$\triangle CBD=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 3=\frac{27}{2}$

16. 그림과 같이 $\angle B=90°$인 직각삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하고, 점 G에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 삼각형 GBD의 넓이가 1일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

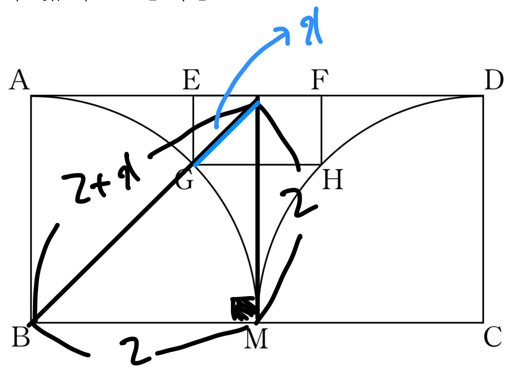
$\triangle CDG \sim \triangle CBE$ (AA 닮음)

닮음비 $2:3 \rightarrow$ 넓이비 $4:9=2:(3+x)$

$\therefore x=\frac{3}{2}$

$\triangle BCE=\frac{9}{2}$ 이므로 $\triangle ABC=2\cdot\frac{9}{2}=9$

17. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$인 직사각형 ABCD에서 변 BC의 중점을 M이라 하자. 점 B를 중심으로 하고 변 BA를 반지름으로 하는 부채꼴 BMA와 점 C를 중심으로 하고 변 CD를 반지름으로 하는 부채꼴 CDM이 있다. 두 점 E, F는 변 AD 위에 있고, 두 점 G, H는 각각 호 MA, 호 DM 위에 있다. 사각형 EGHF가 $\overline{EG}:\overline{GH}=1:2$인 직사각형이 될 때, 이 직사각형의 넓이는? [4점]



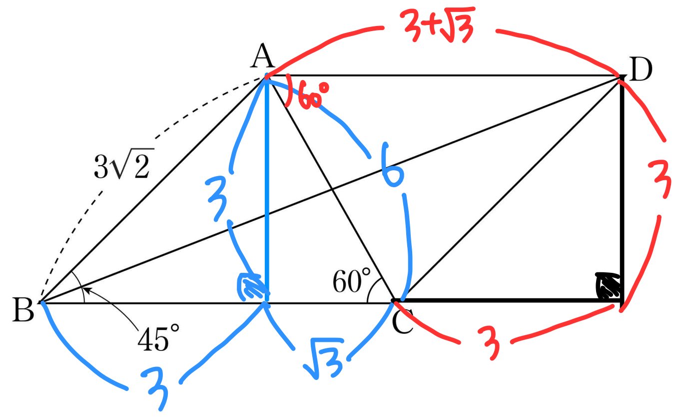
① $12-6\sqrt{3}$ ② $8-4\sqrt{3}$ ③ $8-5\sqrt{2}$ ④ $6-3\sqrt{3}$ ⑤ $12-8\sqrt{2}$

$2+x=2\sqrt{2} \rightarrow x=2\sqrt{2}-2$

$\square EGHF = 2\cdot(\frac{1}{2}\cdot x\, x) = x^2$

$= 12-8\sqrt{2}$

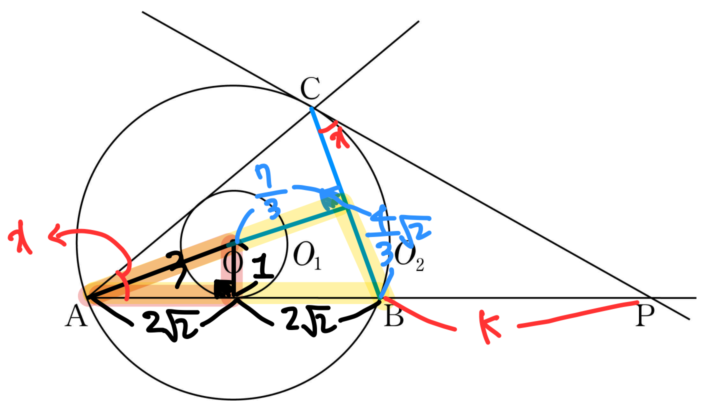
18. 그림과 같이 $\overline{AB}=3\sqrt{2}$, $\angle ABC=45°$, $\angle ACB=60°$인 평행사변형 ABCD에서 $\tan(\angle CBD)$의 값은? [4점]



① $\frac{5-\sqrt{3}}{22}$ ② $\frac{5-\sqrt{2}}{22}$ ③ $\frac{6-\sqrt{3}}{11}$ ④ $\frac{6-\sqrt{2}}{11}$ ⑤ $\frac{7-\sqrt{2}}{11}$

$\tan(\angle CBD) = \frac{3}{6+\sqrt{3}} = \frac{3(6-\sqrt{3})}{33} = \frac{6-\sqrt{3}}{11}$

19. 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, 3인 두 원 O_1, O_2가 있다. 원 O_2 위의 한 점 A에서 원 O_1에 그은 두 접선이 원 O_2와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 각각 B, C라 하자. 또 점 C에서 원 O_2에 접하는 직선이 직선 AB와 만나는 점을 P라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $\overline{AB}=4\sqrt{2}$

ㄴ. $\overline{AP}:\overline{CP}=5:3$

ㄷ. $\overline{BP}=\dfrac{16\sqrt{2}}{5}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $\angle CAB = x$라 하자.

$x = \angle BCP$

$\therefore \triangle ACP \sim \triangle CBP$ (AA닮음)

$\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{AC} : \overline{CB} = 3:2$

$\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ $\frac{4}{3}\sqrt{2}\times 2$

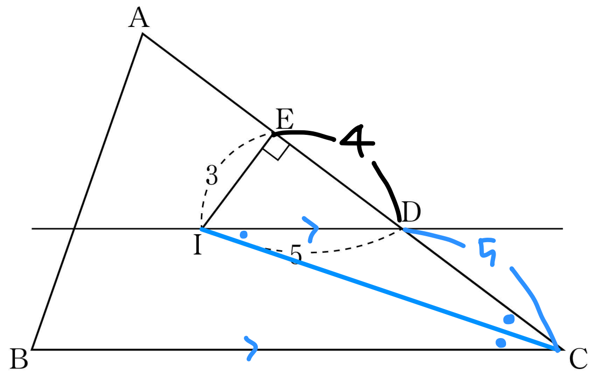
ㄷ. $\overline{BP} = k$라 하자.

$\overline{CP} : 4\sqrt{2} = k : \frac{8}{3}\sqrt{2} \rightarrow \overline{CP} = \frac{3}{2}k$

$(4\sqrt{2}+k) : \frac{3}{2}k = 3:2$ (by ㄴ.)

$\therefore k = \frac{16}{5}\sqrt{2}$

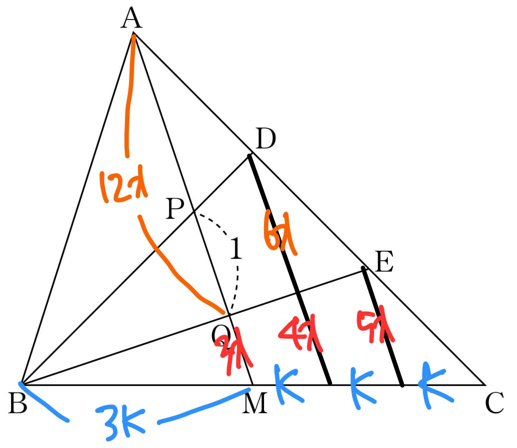
20. 그림과 같이 삼각형 ABC의 내심을 I라 하자. 점 I를 지나고 변 BC와 평행한 직선이 변 AC와 만나는 점을 D, 점 I에서 변 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\overline{ID}=5$, $\overline{IE}=3$일 때, 선분 CE의 길이를 구하시오. [4점]



$\therefore \overline{CE} = 9$

21. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M, 변 AC를 삼등분하는 두 점을 각각 D, E라 하자. 또 선분 AM이 두 선분 BD, BE와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=1$일 때, $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

EM 보조선 풀이도 있음



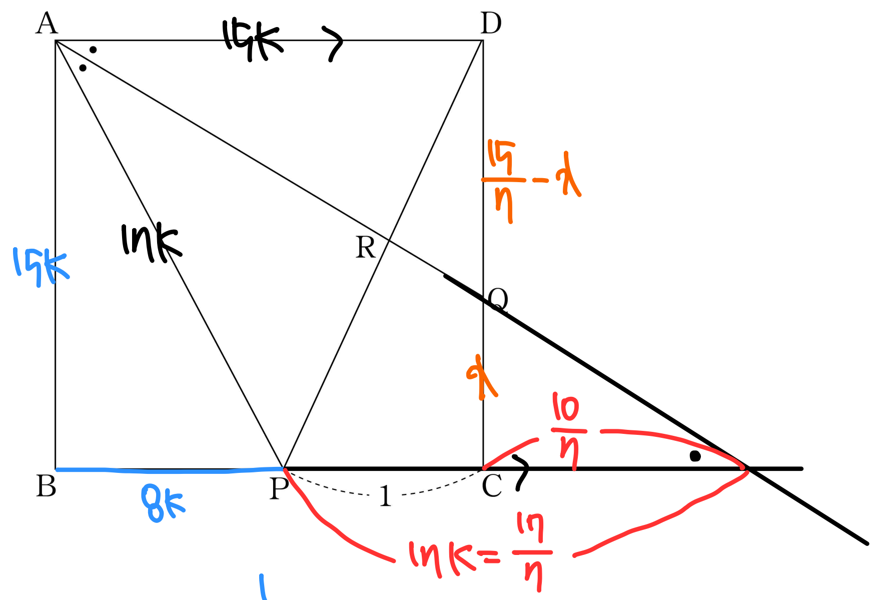
$3 : 4 = 1+3\lambda : 10\lambda$

$\rightarrow 30\lambda = 4 + 12\lambda$

$\therefore \lambda = \frac{2}{9}$

$\overline{AM} = 15\lambda = 15 \cdot \frac{2}{9} = \frac{10}{3}$ 13

22. 그림과 같이 정사각형 ABCD에서 선분 BC 위에 $\overline{\mathrm{PC}}=1$이 되도록 점 P를 잡는다. $\angle\mathrm{PAD}$의 이등분선이 두 선분 DC, DP와 만나는 점을 각각 Q, R라 하면 $\overline{\mathrm{PR}}:\overline{\mathrm{RD}}=17:15$이다. 선분 QC의 길이를 l이라 할 때, $70l$의 값을 구하시오. [4점]



$8k + 1 = 15k \rightarrow k = \frac{1}{7}$

$\tan(\cdot) = \dfrac{\lambda}{\frac{10}{7}} = \dfrac{\frac{15}{7}-\lambda}{\frac{15}{7}} \rightarrow \frac{7}{10}\lambda = \frac{15-7\lambda}{15} = 1 - \frac{7}{15}\lambda$

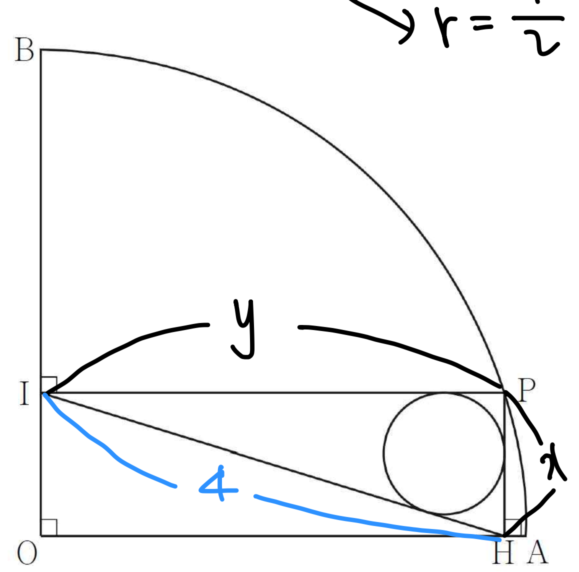
$\frac{35}{30}\lambda = 1$

$\therefore \lambda = \frac{6}{7}$

$70l = 60$

23. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 두 선분 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하자. 삼각형 PIH에 내접하는 원의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$일 때, $\overline{PH}^3+\overline{PI}^3$의 값은? (단, 점 P는 점 A도 아니고 점 B도 아니다.) [4점]

$r=\frac{1}{2}$



① 56 ② $\frac{115}{2}$ ③ 59 ④ $\frac{121}{2}$ ⑤ 62

$\overline{HI}=\overline{OP}=4 \rightarrow x^2+y^2=16$

$\frac{1}{2}\cdot x\cdot y=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot(x+y+4) \rightarrow x+y=2(xy-2)$

연립 $4(xy-2)^2-2xy=16$

$xy=t$ 라 하자.

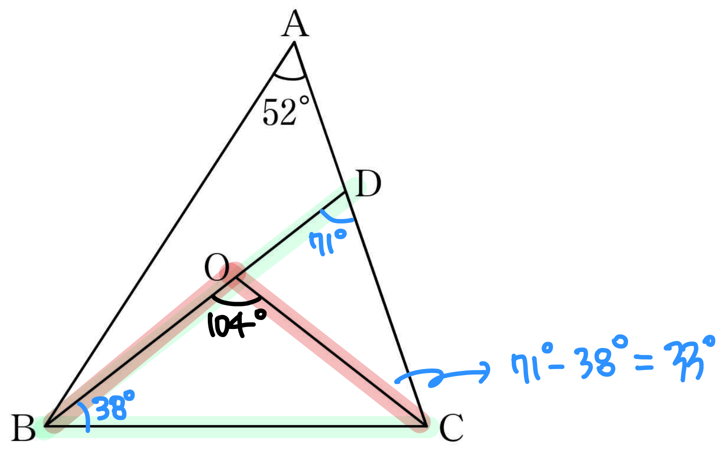
$4t^2-18t=0 \rightarrow t=xy=\frac{9}{2}$

$\therefore x+y=5$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=125-3\cdot\frac{9}{2}\cdot 5$

$=\frac{115}{2}$

24. 그림과 같이 $\angle A=52°$인 예각삼각형 ABC의 외심을 O라 하고, 선분 BO의 연장선과 변 AC가 만나는 점을 D라 하자. $\overline{BD}=\overline{BC}$일 때, $\angle OCD$의 크기는? [4점]



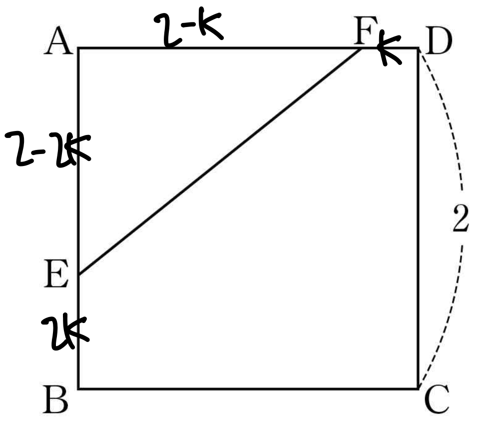
① 25° ② 27° ③ 29° ④ 31° ⑤ 33°

25. 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 변 AB 위의 점 E와 변 AD 위의 점 F에 대하여 다음이 성립한다.

> (가) $\overline{EB} : \overline{FD} = 2 : 1$
>
> (나) 삼각형 AEF의 넓이는 $\frac{10}{9}$이다.

선분 AF의 길이는? [4점]

① $\frac{17}{9}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{16}{9}$ ④ $\frac{31}{18}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



$\frac{10}{9} = \frac{1}{2}(2-2k)\cdot(2-k) = (1-k)(2-k)$

$\rightarrow 9k^2 - 27k + 8 = 0$

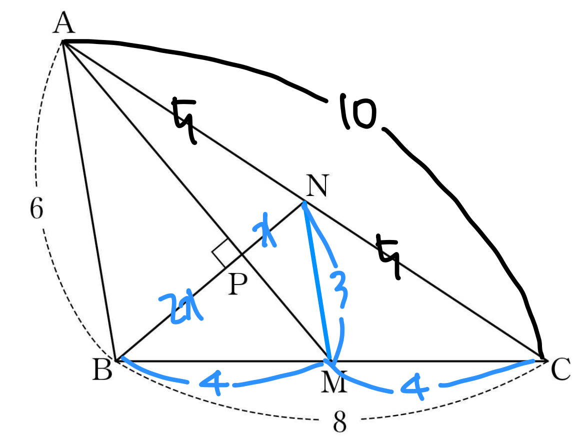
$3 \quad -8$

$3 \quad -1$

$\therefore k = \frac{1}{3}$

$\overline{AF} = 2-k = 2-\frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

26. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$인 삼각형 ABC가 있다. 변 BC의 중점 M과 변 AC의 중점 N에 대하여 두 선분 AM, BN이 점 P에서 서로 수직으로 만날 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] P= 무게중심



< 보 기 >

ㄱ. $3\overline{AP} = 2\overline{AM}$ (∵ P는 무게중심)

ㄴ. $\overline{BN} = \sqrt{21}$

ㄷ. 삼각형 ABC의 넓이는 $4\sqrt{35}$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $\overline{PM}^2 = 16-4x^2 = 9-x^2 \rightarrow x = \frac{\sqrt{21}}{3}$

$\overline{BN} = 3x = \sqrt{21}$

ㄷ. $\overline{PM}^2 = 16-4\cdot\frac{7}{3} = \frac{20}{3} \rightarrow \overline{PM} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

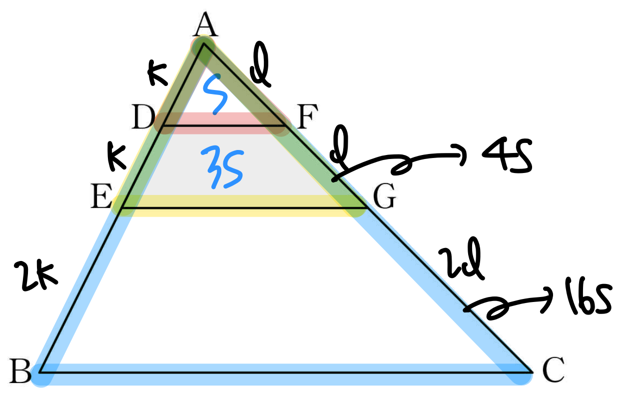
$\triangle BMN = \frac{1}{2}\cdot 3x \cdot \overline{PM} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{21}\cdot\frac{2\sqrt{15}}{3} = \sqrt{35}$

$\triangle ABC = 4\cdot\triangle BMN = 4\sqrt{35}$

27.[27] 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 AB 위의 두 점 D, E와 변 AC 위의 두 점 F, G에 대하여

$$\overline{AD}=\overline{DE},\ \overline{AE}=\overline{EB},\ \overline{AF}=\overline{FG},\ \overline{AG}=\overline{GC}$$

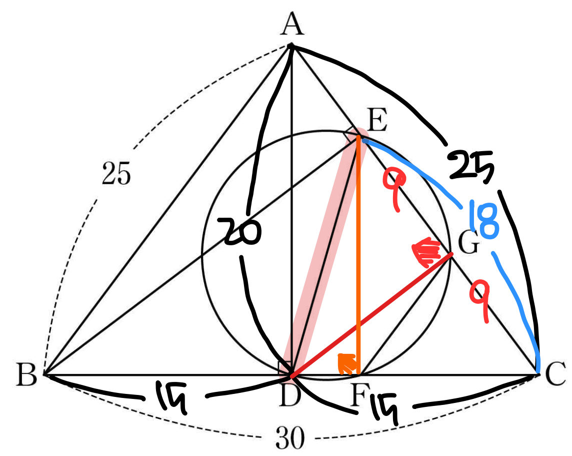
이다. 사각형 DEGF의 넓이가 24일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [4점]



$3S=24 \rightarrow S=8$

$\triangle ABC = 16S = 128$

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=25$, $\overline{BC}=30$인 삼각형 ABC가 있다. 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 E라 하자. 선분 DE를 지름으로 하는 원이 변 BC와 만나는 점 중 D가 아닌 점을 F, 변 AC와 만나는 점 중 E가 아닌 점을 G라 하자. 삼각형 GFC의 둘레의 길이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\triangle ADC \sim \triangle BEC$ (AA닮음)

$\overline{CG}=9$

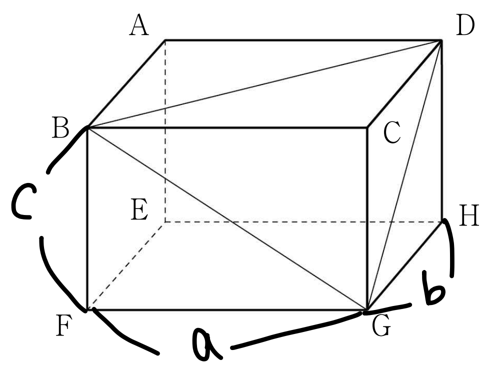
$\overline{CF}=15\cdot\frac{18}{25}=\frac{54}{5}$

점 G는 선분 EC의 중점이므로 직각$\triangle$EFC의 외심!

$\therefore \overline{FG}=\overline{CG}=9$

$\therefore 9+\frac{54}{5}+9=\frac{144}{5}$

29. 그림과 같이 겉넓이가 148이고, 모든 모서리의 길이의 합이 60인 직육면체 ABCD−EFGH가 있다. $\overline{BG}^2+\overline{GD}^2+\overline{DB}^2$의 값은? [3점]



① 136　② 142　③ 148　④ 154　⑤ 160

$148=2(ab+bc+ca) \rightarrow ab+bc+ca=74$

$60=4(a+b+c) \rightarrow a+b+c=15$

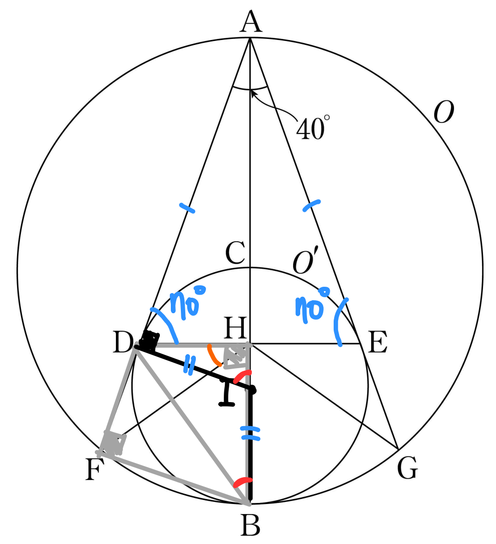
$\overline{BG}^2+\overline{GD}^2+\overline{DB}^2=2(a^2+b^2+c^2)$

$=2\{(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)\}$

$=2(225-148)$

$=154$

30. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 O와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 선분 BC를 지름으로 하는 원 O'이 있다. 점 A에서 원 O'에 그은 두 접선이 원 O'과 만나는 점을 각각 D, E라 하고, 원 O와 만나는 점을 각각 F, G라 하자. 다음은 두 선분 DE, AB의 교점을 H라 하고 $\angle DAE=40°$일 때, $\angle FHG$의 크기를 구하는 과정이다.



원 O'의 중심을 I라 할 때,

$\angle DFB=\angle DHB=90°$ …… ㉠

선분 DB는 공통인 변 …… ㉡

2 (∵ 외각의 성질)

$\angle DIH=$ (가) $\times \angle DBH$이고 $\overline{DI} \,/\!/\, \overline{FB}$이므로

$\angle DBF=\angle DBH$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle DFB \equiv \triangle DHB$이다.

한편, $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $\angle ADH=$ (나) °　70

$\angle DHF=\frac{1}{2}\times$ (나) °　70

$2(90°-35°)=110°$

따라서 $\angle FHG=$ (다) °이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $\frac{ac}{b}$의 값은? [4점]

① $\frac{18}{7}$　② $\frac{20}{7}$　③ $\frac{22}{7}$　④ $\frac{24}{7}$　⑤ $\frac{26}{7}$

$\frac{220}{70}=\frac{22}{7}$