

타원 유제 1번

그림과 같이 원점 O 를 중심으로 하는 타원의 한 초점을 F 라 하고, 이 타원의 한 꼭짓점을 A 라 하자. 직선 AF 의 방정식이 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

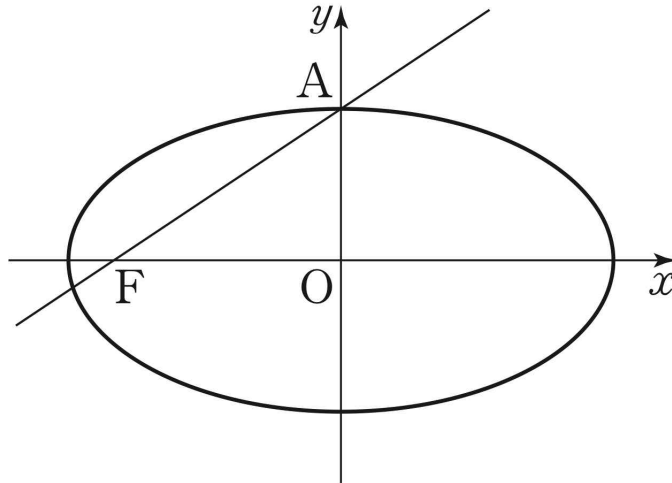
① 6

② $2\sqrt{10}$

③ $2\sqrt{11}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{13}$



타원 유제 2번

좌표평면에서 두 점 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} = 10$ 을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 방정식은 $kx^2 + ly^2 = 1$ 이다. 두 상수 k, l 에 대하여 $\frac{1}{k} + \frac{1}{l}$ 의 값은?

① 34

② 38

③ 42

④ 46

⑤ 50

타원 유제 3번

타원 $3x^2 + 2y^2 - 6x + 12y + 9 = 0$ 의 두 초점 사이의 거리는?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{3}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{5}$

타원 유제 4번

타원 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 직선 $y = \sqrt{3}x + k$ 가 서로 만나지 않도록 하는 양의 정수 k 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

타원 유제 5번

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 8

② $\frac{17}{2}$

③ 9

④ $\frac{19}{2}$

⑤ 10

타원 유제 6번

기울기가 1이고 타원 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ 에 접하는 두 직선 사이의 거리는?

① $2\sqrt{3}$

② $\sqrt{14}$

③ 4

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{5}$

타원 Level 1 1번

타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 장축의 길이와 단축의 길이의 합은?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

타원 Level 1 2번

두 점 $(-4, 0)$, $(4, 0)$ 을 초점으로 하는 타원의 장축의 길이와 단축의 길이를 각각 k , l 이라 하자. $k+l=20$ 일 때, $k-l$ 의 값은?

① $\frac{16}{5}$

② $\frac{18}{5}$

③ 4

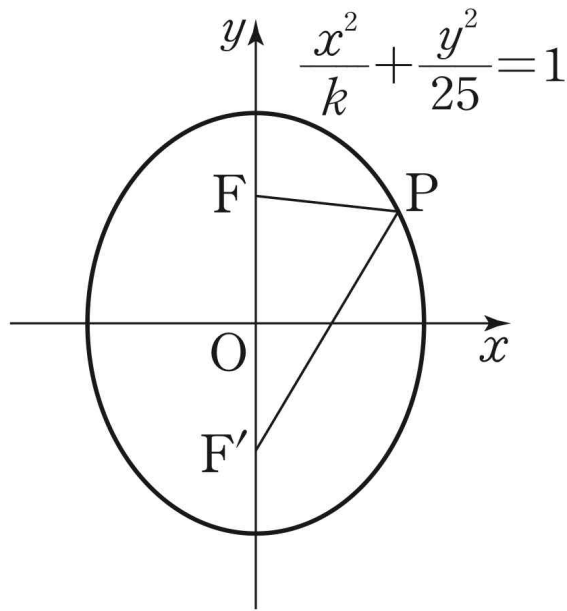
④ $\frac{22}{5}$

⑤ $\frac{24}{5}$

타원 Level 1 3번

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 PFF'의 둘레의 길이가 16일 때, 상수 k의 값은?
 (단, $0 < k < 25$ 이고, 점 F의 y좌표는 점 F'의 y좌표보다 크다.)

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



타원 Level 1 4번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 점 P에 대하여 $\angle FPF' = 90^\circ$ 일

때, $\overline{PF}^2 - \overline{PF'}^2$ 의 값은?

(단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크고, 점 P는 제2사분면에 있다.)

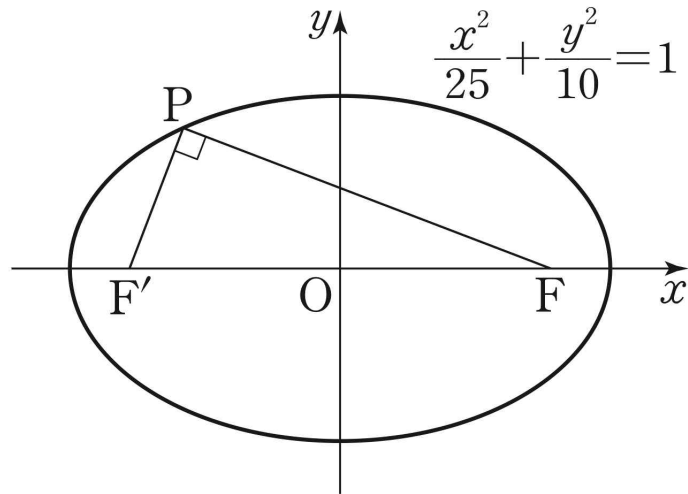
① $12\sqrt{5}$

② $14\sqrt{5}$

③ $16\sqrt{5}$

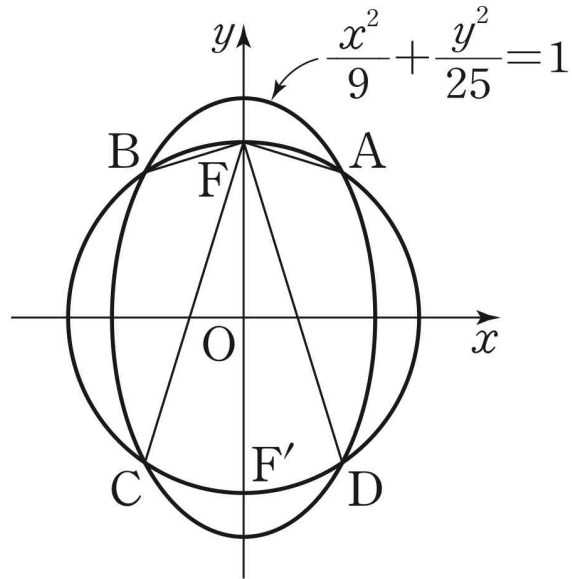
④ $18\sqrt{5}$

⑤ $20\sqrt{5}$



타원 Level 1 5번

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 선분 FF'을 지름으로 하는 원이 타원과 만나는 서로 다른 네 점을 각각 A, B, C, D라 하자. $\overline{FA} + \overline{FB} + \overline{FC} + \overline{FD}$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F의 y좌표는 점 F'의 y좌표보다 크다.)



타원 Level 1 6번

직선 $y = mx + 5$ 가 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ 에 접할 때 양수 m 의 값은?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$

타원 Level 1 7번

타원 $\frac{(x-a)^2}{4} + (y-b)^2 = 1$ 이 두 직선 $y = x$, $y = -x$ 와 모두 접할 때 두 상수 a , b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

타원 Level 1 8번

타원 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-5, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

타원 Level 2 1번

좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 과 타원 $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PB}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

① 24

② 25

③ 26

④ 27

⑤ 28

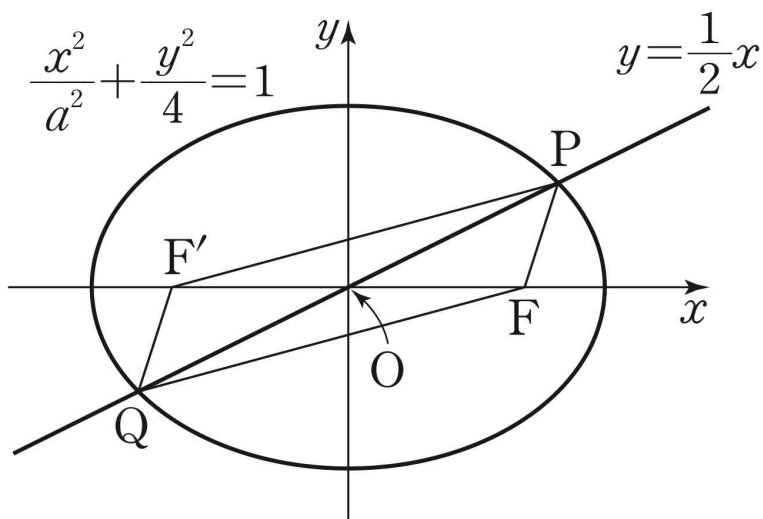
타원 Level 2 2번

그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 이 있다. 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 타원

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 하자. 사각형 PF'QF의 넓이가

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 사각형 PF'QF의 둘레의 길이는 l 이다. l^2 의 값을 구하시오.

(단, $a > 2$, $c > 0$ 이고, 점 P는 제1사분면에 있고 점 Q는 제3사분면에 있다.)

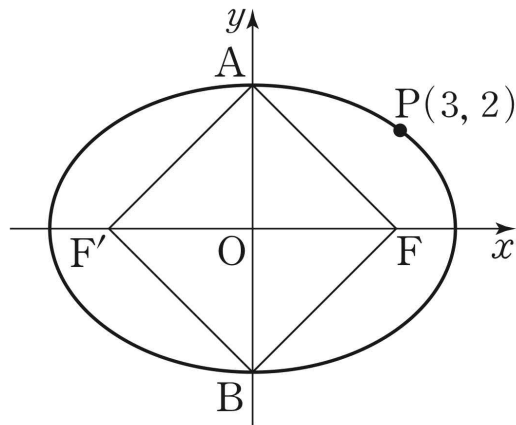


타원 Level 2 3번

그림과 같이 점 $P(3, 2)$ 를 지나는 타원의 y 축 위에 있는 두 꼭짓점 A, B 와 x 축 위에 있는 두 초점 F, F' 을 꼭짓점으로 하는 사각형 $AF'BF$ 가 정사각형일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

(단, 점 A 의 y 좌표는 점 B 의 y 좌표보다 크고, 점 F 의 x 좌표는 점 F' 의 x 좌표보다 크다.)

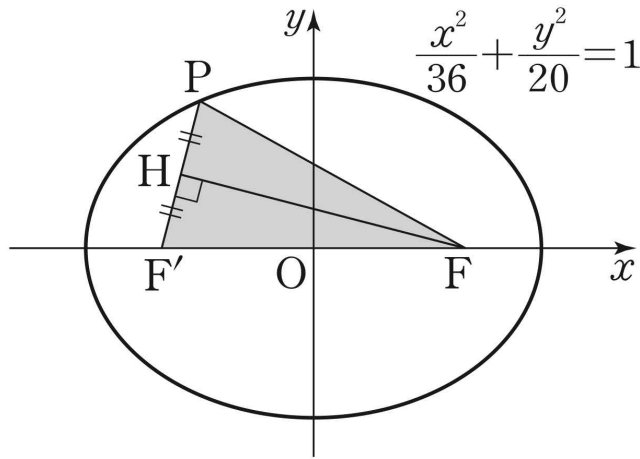
- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $2\sqrt{15}$ ④ 8 ⑤ $2\sqrt{17}$



타원 Level 2 4번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 위에 점 P가 있다. 초점 F에서 선분 F'P에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H가 선분 F'P의 중점일 때, 삼각형 PF'F의 넓이는? (단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크고, 점 P는 제2사분면에 있다.)

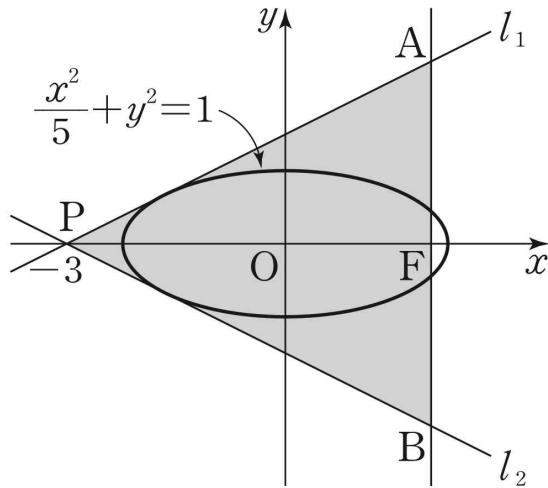
- ① $4\sqrt{11}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{13}$ ④ $4\sqrt{14}$ ⑤ $4\sqrt{15}$



타원 Level 2 5번

그림과 같이 점 $P(-3, 0)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 에 그은 서로 다른 두 접선을 각각 l_1, l_2 라 하자. 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 에서 x 좌표가 양수인 초점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 APB 의 넓이는?

- ① 10 ② $\frac{25}{2}$ ③ 15 ④ $\frac{35}{2}$ ⑤ 20



타원 Level 2 6번

직선 $y = mx + 4$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나지 않고 타원 $x^2 + 2y^2 = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 정수 m 의 개수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

타원 Level 2 7번

타원 $ax^2 + by^2 = 24$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 -2 일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 4

② $2\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{6}$

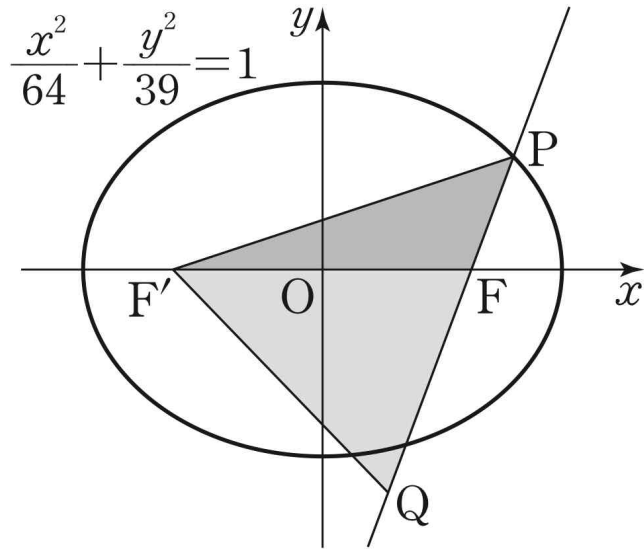
④ $2\sqrt{7}$

⑤ $4\sqrt{2}$

타원 Level 3 1번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$ 위에 점 P가 있다. 두 점 P, F를 지나
 는 직선 위의 점 Q에 대하여 삼각형 PF'F와 삼각형 QFF'의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 하자.
 $\overline{PF'} = \overline{PQ}$ 이고 $S_1 : S_2 = 1 : 2$ 일 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? (단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보
 다 크고, 점 P는 제1사분면에 있고 점 Q는 제4사분면에 있다.)

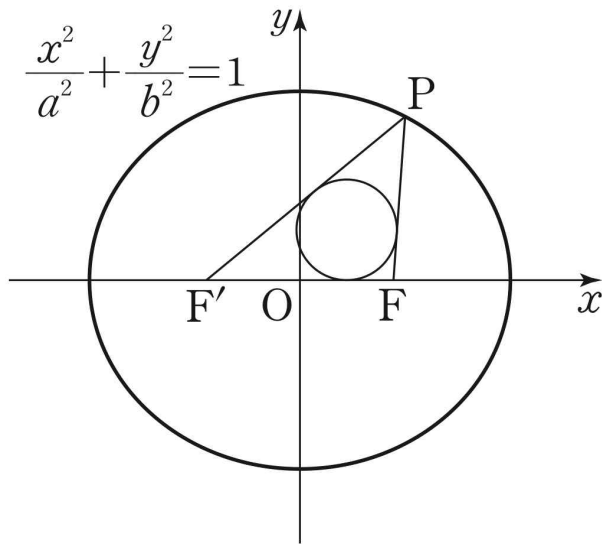
- ① $9\sqrt{35}$ ② $9\sqrt{37}$ ③ $9\sqrt{39}$ ④ $10\sqrt{37}$ ⑤ $10\sqrt{39}$



타원 Level 3 2번

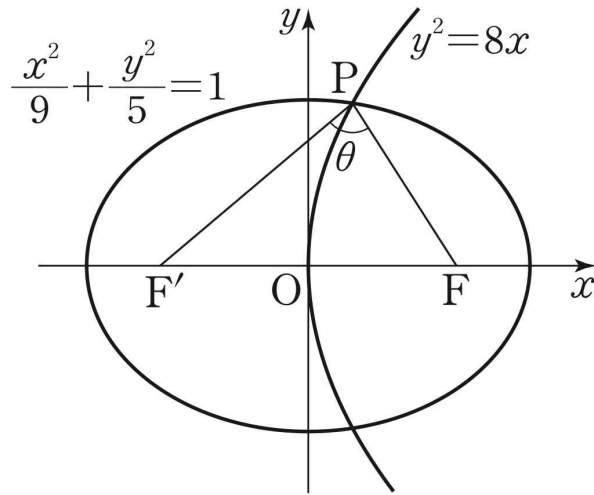
그림과 같이 두 초점이 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 위에 점 P 가 있다. $\overline{PF} = 7$ 이고 삼각형 $PF'F$ 에 내접하는 원의 중심의 x 좌표가 2일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?
(단, 점 P 는 제1사분면에 있다.)

- ① 142 ② 144 ③ 146 ④ 148 ⑤ 150



타원 Level 3 3번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 8x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\angle F'PF = \theta$ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F의 x 좌표는 점 F'의 x 좌표보다 크고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



타원 유제 1번

그림과 같이 원점 O 를 중심으로 하는 타원의 한 초점을 F 라 하고, 이 타원의 한 꼭짓점을 A 라 하자. 직선 AF 의 방정식이 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

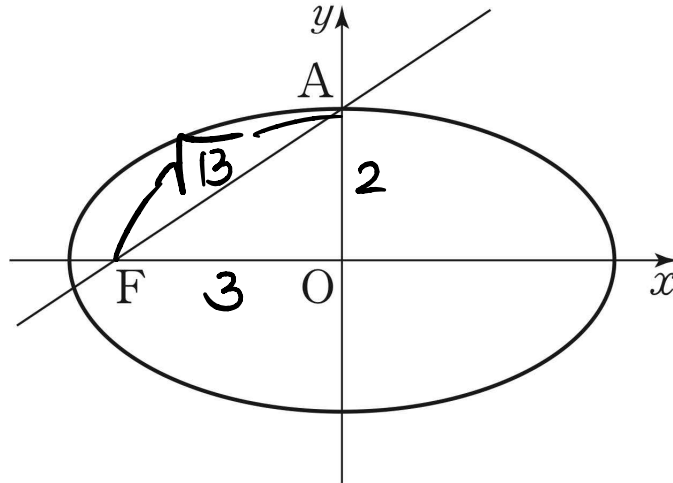
① 6

② $2\sqrt{10}$

③ $2\sqrt{11}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{13}$ ✓



타원 유제 2번

좌표평면에서 두 점 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} = 10$ 을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 방정식은 $kx^2 + ly^2 = 1$ 이다. 두 상수 k, l 에 대하여 $\frac{1}{k} + \frac{1}{l}$ 의 값은?

① 34

② 38

③ 42

④ 46

⑤ 50

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5-2} = 1$$

타원 유제 3번

타원 $3x^2 + 2y^2 - 6x + 12y + 9 = 0$ 의 두 초점 사이의 거리는?

① 2

$2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{3}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{5}$

$$3(x^2 - 2x + 1) - 3 + 2(y^2 + 6y + 9) - 18 + 9 = 0$$

$$\rightarrow 3(x-1)^2 + 2(y+3)^2 = 12$$

$$\rightarrow \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{6} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} = 1 \quad \begin{matrix} (0, \sqrt{2}) \\ (0, -\sqrt{2}) \end{matrix}$$

$$y = mx \pm \sqrt{\quad}$$

타원 유제 4번

타원 $\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 직선 $y = \sqrt{3}x + k$ 가 서로 만나지 않도록 하는 양의 정수 k 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6 ✓

⑤ 7

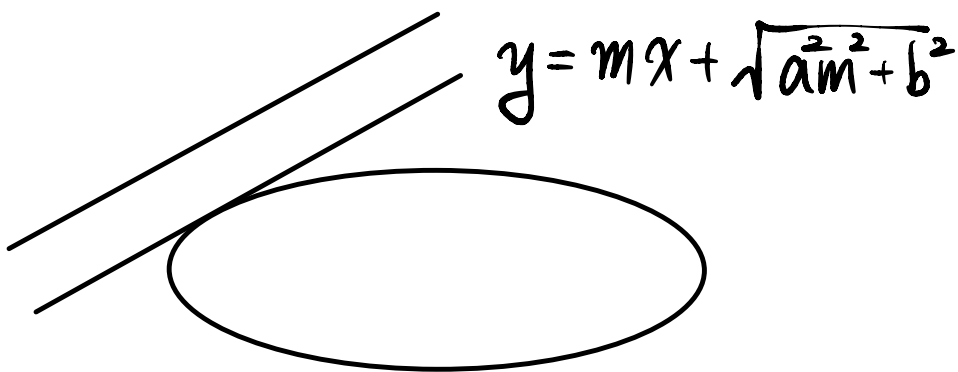
$$x^2 + 2(\sqrt{3}x + k)^2 = 10$$

$$x^2 + 2 \times (3x^2 + 2\sqrt{3}kx + k^2) = 10$$

$$7x^2 + 4\sqrt{3}kx + 2k^2 - 10 = 0$$

$$D < 0 \quad 2k^2 - 7 \times (2k^2 - 10) < 0$$

$$\underline{k^2 > 35}$$



기울기 $\sqrt{3}$ 인 접선 : $y = \sqrt{3}x + \sqrt{10 \times 3 + 5} = \sqrt{3}x + \sqrt{35}$

$$k > \sqrt{35}$$

타원 유제 5번

타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 8

② $\frac{17}{2}$

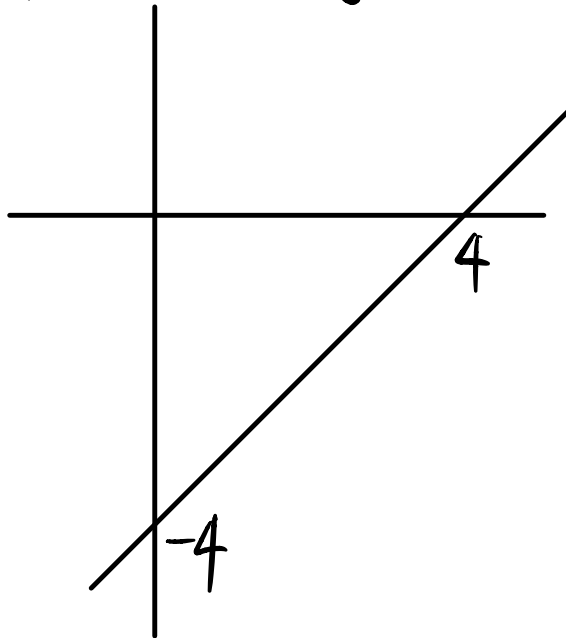
③ 9

④ $\frac{19}{2}$

⑤ 10

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{4} = 1$$

$$x - y = 4$$



$$y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

타원 유제 6번

기울기가 1이고 타원 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ 에 접하는 두 직선 사이의 거리는?

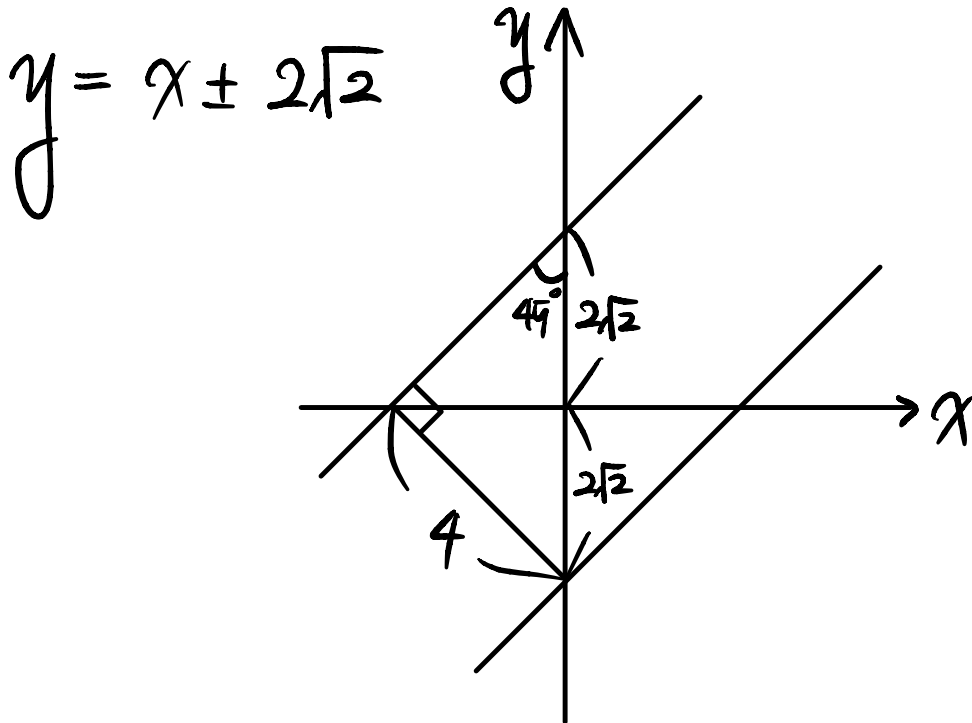
① $2\sqrt{3}$

② $\sqrt{14}$

③ 4

④ $3\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{5}$



타원 Level 1 1번

타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 장축의 길이와 단축의 길이의 합은?

① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

$$12 + 8$$

$$(\text{장축 길이})^2 - (\text{단축 길이})^2 = (\text{두 초점 사이 거리})^2$$

타원 Level 1 2번

두 점 $(-4, 0)$, $(4, 0)$ 을 초점으로 하는 타원의 장축의 길이와 단축의 길이를 각각 k , l 이라 하자. $k+l=20$ 일 때, $k-l$ 의 값은?

① $\frac{16}{5}$

② $\frac{18}{5}$

③ 4

④ $\frac{22}{5}$

⑤ $\frac{24}{5}$

$$k^2 - l^2 = 64$$

$$(k+l)(k-l) = 20(k-l) = 64$$

$$\therefore (k-l) = \frac{16}{5}$$

타원 Level 1 3번

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{k} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 PFF'의 둘레의 길이가 16일 때, 상수 k의 값은?
 (단, $0 < k < 25$ 이고, 점 F의 y좌표는 점 F'의 y좌표보다 크다.)

① 12

② 14

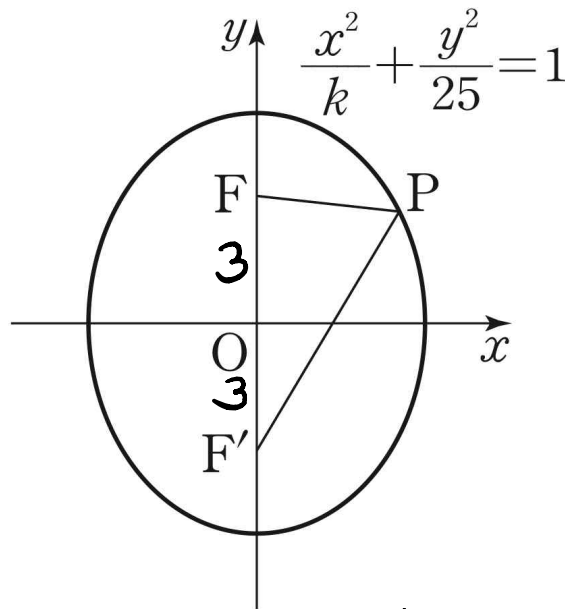
③ 16

④ 18

⑤ 20

장축 길이 10

$$\therefore \overline{PF} + \overline{PF'} = 6$$



$$2a - k = 3^2 \quad \therefore k = 16$$

타원 Level 1 4번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 점 P에 대하여 $\angle FPF' = 90^\circ$ 일

때, $\overline{PF}^2 - \overline{PF'}^2$ 의 값은?

(단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크고, 점 P는 제2사분면에 있다.)

① $12\sqrt{5}$

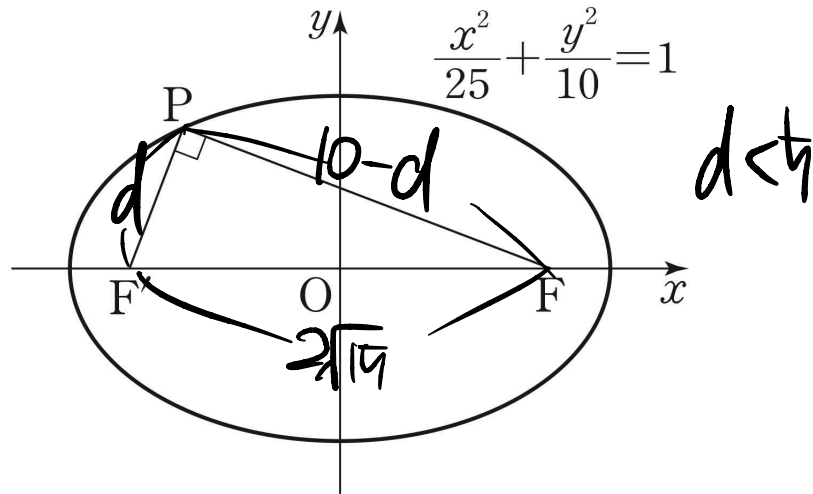
② $14\sqrt{5}$

③ $16\sqrt{5}$

④ $18\sqrt{5}$

⑤ $20\sqrt{5}$

장축 길이 10



$$(10-d)^2 + d^2 = 60$$

$$2d^2 - 20d + 100 = 60$$

$$d^2 - 10d + 20 = 0$$

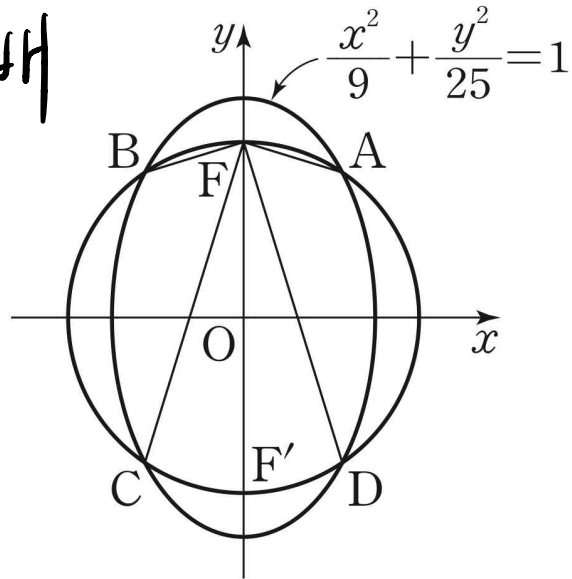
$$d = 5 - \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} (5+\sqrt{5})^2 - (5-\sqrt{5})^2 &= [(5+\sqrt{5}) + (5-\sqrt{5})] \times [(5+\sqrt{5}) - (5-\sqrt{5})] \\ &= 10 \times 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

타원 Level 1 5번

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 두 초점 F, F'에 대하여 선분 FF'을 지름으로 하는 원이 타원과 만나는 서로 다른 네 점을 각각 A, B, C, D라 하자. $\overline{FA} + \overline{FB} + \overline{FC} + \overline{FD}$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F의 y좌표는 점 F'의 y좌표보다 크다.)

장축 길이 2배
= 20



$$y = mx + \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

타원 Level 1 6번

직선 $y = mx + 5$ 가 타원 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1$ 에 접할 때 양수 m 의 값은?

① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$

$$\sqrt{4m^2 + 5} = 5$$

$$4m^2 + 5 = 25$$

$$m^2 = 5$$

$$y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$$

타원 Level 1 7번

타원 $\frac{(x-a)^2}{4} + (y-b)^2 = 1$ 이 두 직선 $y=x$, $y=-x$ 와 모두 접할 때 두 상수 a , b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5 ✓

④ 6

⑤ 7

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \text{ 이 두 직선 } y = x - a - b \text{ 와 } y = -x + a - b \text{ 와 접함}$$

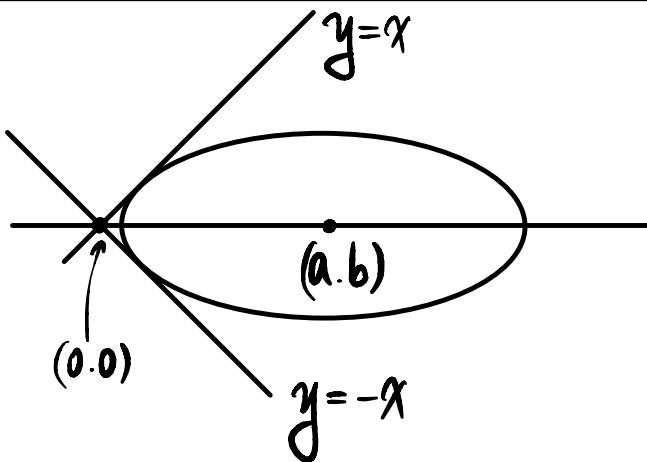
$$y = x \pm \sqrt{4}$$

$$(a+b)^2 = 4$$

$$y = -x \pm \sqrt{4}$$

$$(a-b)^2 = 4$$

$$\longrightarrow a^2 + b^2 = 4$$



$$b=0$$

타원 Level 1 8번

타원 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선이 점 $(-5, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$$

$$x + y = 3$$

타원 Level 2 1번

초정

좌표평면 위의 두 점 $A(-2,0)$, $B(2,0)$ 과 타원 $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{10} = 1$ 위의 점 P 에 대하여

$\overline{PA} \times \overline{PB}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

① 24

② 25

③ 26

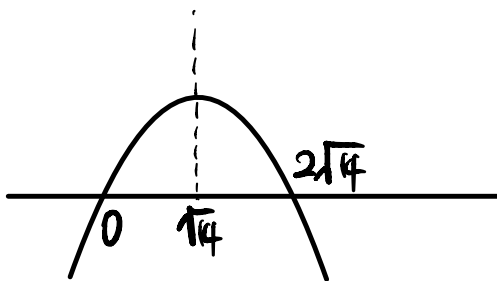
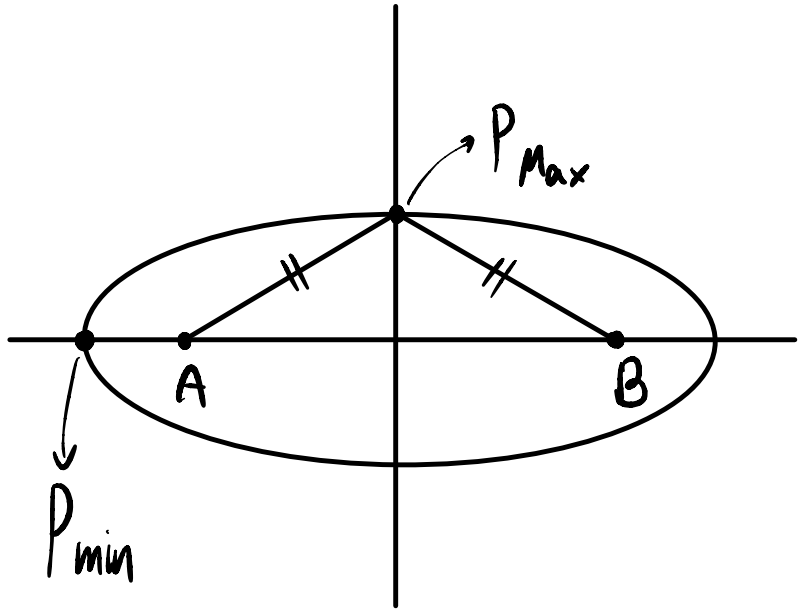
④ 27

⑤ 28

$$\overline{PA} + \overline{PB} = 2\sqrt{14}$$

$$\text{Let } \overline{PA} = a \quad \overline{PB} = b$$

$$ab = a(2\sqrt{14} - a)$$



$$M = 14$$

$$m = a(2\sqrt{14} - a) \Big|_{a = \sqrt{14} - 2} = (\sqrt{14} - 2)(\sqrt{14} + 2) = 10$$

$$P(2k, k) \rightarrow \frac{4k^2}{a^2} + \frac{k^2}{4} = 1 \rightarrow 16k^2 + a^2k^2 = 4a^2$$

$$\rightarrow k^2 = \frac{4a^2}{a^2 + 16}$$

타원 Level 2 2번

그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 이 있다. 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 타원

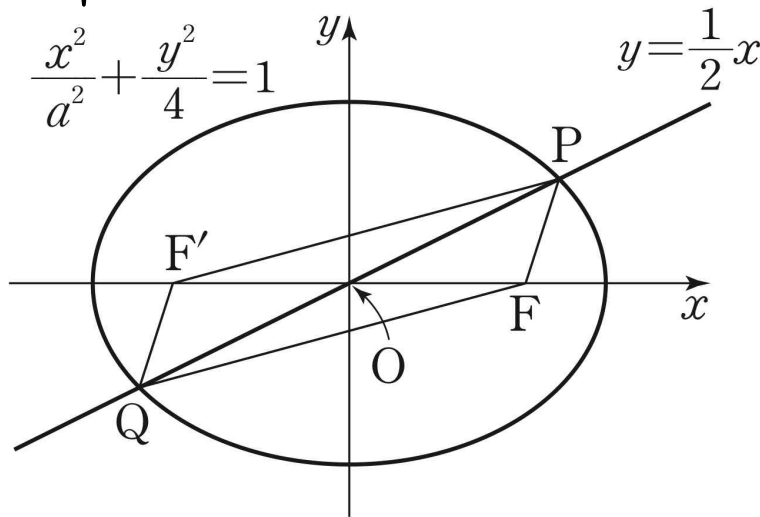
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 하자. 사각형 PF'QF의 넓이가

$\frac{8\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 사각형 PF'QF의 둘레의 길이는 l 이다. l^2 의 값을 구하시오.

(단, $a > 2$, $c > 0$ 이고, 점 P는 제1사분면에 있고 점 Q는 제3사분면에 있다.)

$$l = \text{장축 길이 2배} = 4a$$

$$l^2 = 16a^2$$



$$\text{사각형 PF'QF 넓이} = c \times k = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\rightarrow c^2 \times k^2 = \frac{16}{3}$$

$$\rightarrow (a^2 - 4) \times \frac{4a^2}{a^2 + 16} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{a^4 - 4a^2}{a^2 + 16} = \frac{4}{3} \rightarrow 3a^4 - 16a^2 - 64 = 0 \rightarrow a^2 = 8$$

$$(a^2 - 8)(3a^2 + 8) = 0 \quad l^2 = 128$$

타원 Level 2 3번

그림과 같이 점 P(3,2)를 지나는 타원의 y축 위에 있는 두 꼭짓점 A, B와 x축 위에 있는 두 초점 F, F'을 꼭짓점으로 하는 사각형 AF'BF가 정사각형일 때, 이 타원의 장축의 길이는?

(단, 점 A의 y좌표는 점 B의 y좌표보다 크고, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크다.)

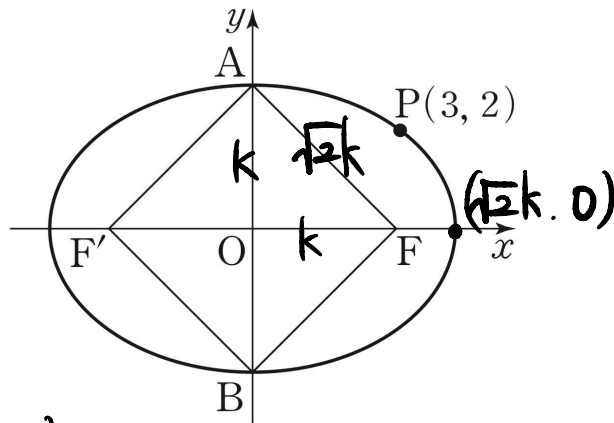
① $2\sqrt{13}$

② $2\sqrt{14}$

③ $2\sqrt{15}$

④ 8

⑤ $2\sqrt{17}$



$2\sqrt{2}k = ?$

$$\frac{x^2}{2k^2} + \frac{y^2}{k^2} = 1$$

$$x^2 + 2y^2 = 2k^2$$

$$9 + 2 \times 4 = 2 \times \frac{17}{2}$$

$$\therefore k = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{2}}, \quad 2\sqrt{2}k = 2\sqrt{17}$$

타원 Level 2 4번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ 위에 점 P가 있다. 초점 F에서 선분 F'P에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 H가 선분 F'P의 중점일 때, 삼각형 PF'F의 넓이는? (단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크고, 점 P는 제2사분면에 있다.)

① $4\sqrt{11}$

② $8\sqrt{3}$

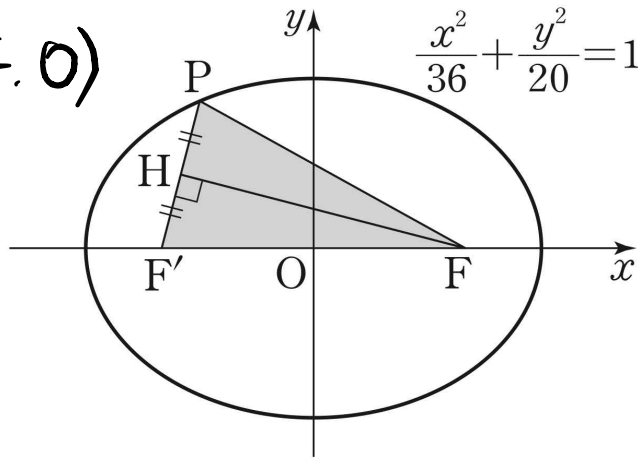
③ $4\sqrt{13}$

④ $4\sqrt{14}$

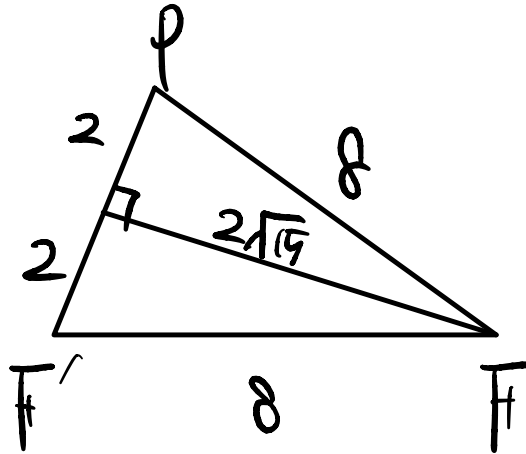
⑤ $4\sqrt{15}$

$F(4,0) \quad F'(-4,0)$

$\overline{PF} = \overline{PF'} = 8$



장축 길이 12 $\therefore \overline{PF'} = 4$



타원 Level 2 5번

그림과 같이 점 $P(-3, 0)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 에 그은 서로 다른 두 접선을 각각 l_1, l_2 라

하자. 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 에서 x 좌표가 양수인 초점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 삼각형 APB 의 넓이는?

① 10

② $\frac{25}{2}$

③ 15

④ $\frac{35}{2}$

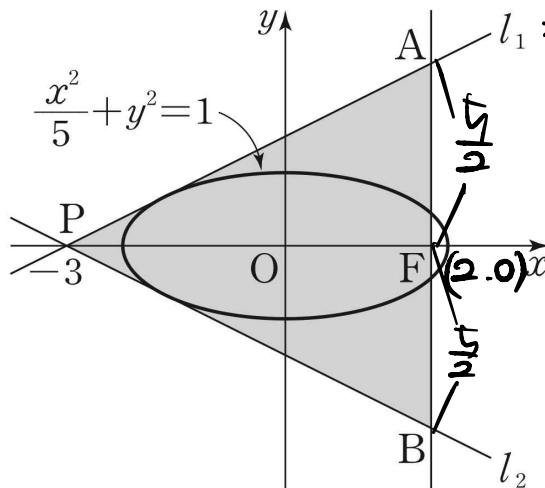
⑤ 20

$$y = mx \pm \sqrt{5m^2 + 1}$$

$$0 = -3m \pm \sqrt{5m^2 + 1}$$

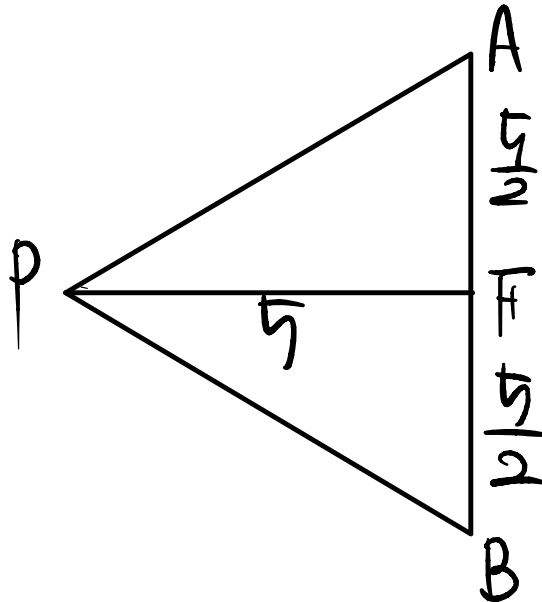
$$3m = \pm \sqrt{5m^2 + 1}$$

$$m = \pm \frac{1}{2}$$



$$l_1 : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$l_2 : y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$



타원 Level 2 6번

직선 $y = mx + 4$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나지 않고 타원 $x^2 + 2y^2 = 4$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 정수 m 의 개수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

원점과 직선 $y = mx + 4$ 사이 거리

$$= \frac{4}{\sqrt{m^2 + 1}} > 1 \longrightarrow \begin{aligned} m^2 + 1 &< 16 \\ m^2 &< 15 \end{aligned}$$

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2}$$

$$\frac{-\sqrt{a^2 m^2 + b^2}}{1} < 4 < \frac{\sqrt{a^2 m^2 + b^2}}{1} \longrightarrow \underline{4m^2 + 2 > 16}$$

당연히 성립

$$\frac{7}{2} < m^2 < 15$$

$$m = \pm 2, \pm 3$$

타원 Level 2 7번

타원 $ax^2 + by^2 = 24$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 -2 일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 4

② $2\sqrt{5}$

③ $2\sqrt{6}$ ✓

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $4\sqrt{2}$

$$\underline{a + 4b = 24}$$

$$ax + 2by = 24$$

$$-\frac{a}{2b} = -2 \quad \therefore \underline{a = 4b}$$

$$a = 12, \quad b = 3$$

$$2x^2 + 3y^2 = 24$$

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$$

$$(0, \sqrt{6})$$

$$(0, -\sqrt{6})$$

장축 길이 16

$$F(4,0) \quad F'(-4,0)$$

타원 Level 3 1번

그림과 같이 두 초점이 F, F'인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{39} = 1$ 위에 점 P가 있다. 두 점 P, F를 지나
는 직선 위의 점 Q에 대하여 삼각형 PF'F와 삼각형 QFF'의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 하자.
 $\overline{PF'} = \overline{PQ}$ 이고 $S_1 : S_2 = 1 : 2$ 일 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? (단, 점 F의 x좌표는 점 F'의 x좌표보다 크고, 점 P는 제1사분면에 있고 점 Q는 제4사분면에 있다.)

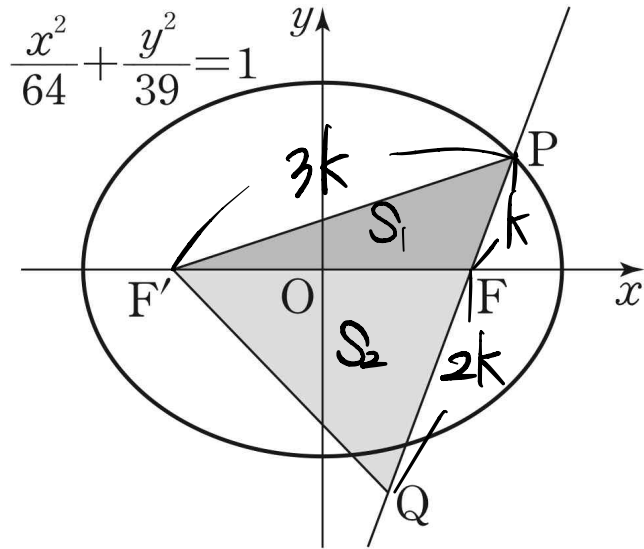
① $9\sqrt{35}$

② $9\sqrt{37}$

③ $9\sqrt{39}$

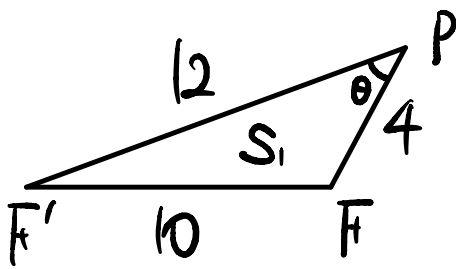
④ $10\sqrt{37}$

⑤ $10\sqrt{39}$



$$S_1 + S_2 = 3S_1 = ?$$

$$4k = 16 \quad \therefore k = 4$$



$$\cos \theta = \frac{16 + 144 - 100}{2 \times 4 \times 12} = \frac{5}{8}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{39}}{8}$$

$$3S_1 = 3 \times \frac{1}{2} \times 12 \times 4 \times \frac{\sqrt{39}}{8} = 9\sqrt{39}$$

2019년 7월 학평 28번과 비슷한데 교육청 기출 더 어려움

타원 Level 3 2번

그림과 같이 두 초점이 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 위에 점 P 가 있다. $\overline{PF} = 7$ 이고 삼각형 $PF'F$ 에 내접하는 원의 중심의 x 좌표가 2일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?
(단, 점 P 는 제1사분면에 있다.)

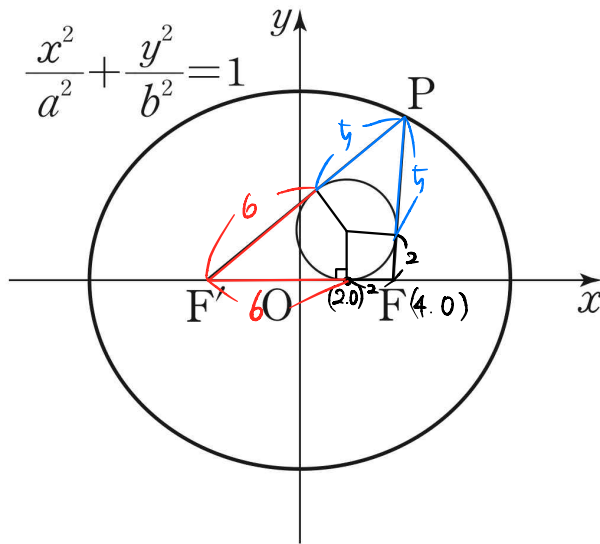
① 142

② 144

③ 146

④ 148

⑤ 150



장축 길이 = 18

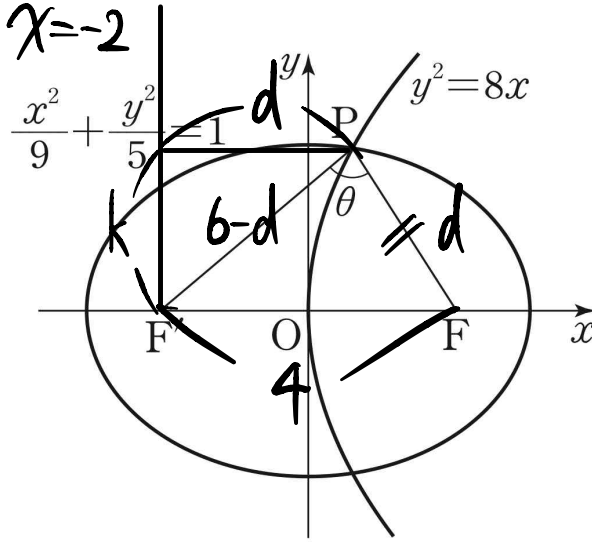
$$\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{9^2 - 4^2} = 1$$

$$9^2 + 9^2 - 4^2 = 146$$

타원 Level 3 3번

$$F(2,0) \quad F'(-2,0)$$

그림과 같이 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 과 포물선 $y^2 = 8x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하자. $\angle F'PF = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 F 의 x 좌표는 점 F' 의 x 좌표보다 크고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



$$P(d-2, k)$$

$$k^2 = 8(d-2) = (6-d)^2 - d^2 = 36 - 12d$$

$$\therefore 8d - 16 = 36 - 12d$$

$$20d = 52$$

$$\therefore d = \frac{13}{5}$$

$$6-d = \frac{17}{5}$$

$$\cos \theta = \frac{17^2 + 13^2 - 20^2}{2 \times 17 \times 13} = \frac{29}{221}$$

250