

5지선다형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(24, \frac{1}{2}\right)$ 를 따를 때, $E(X)$ 의 값은?

[2점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

24. $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ 의 상수항은? [3점]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

25. 두 사건 A, B 는 서로 독립이고

$$P(A) + P(B) = \frac{5}{6} = P(A^c \cup B^c)$$

일 때, $P(A^c) \times P(B^c)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여집합이다.)

[3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

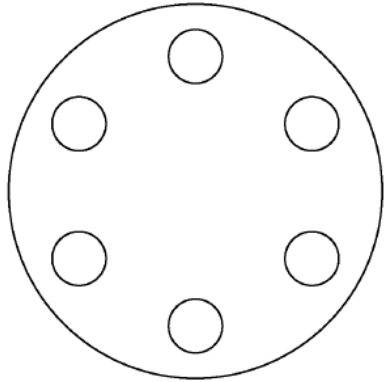
26. A학교의 학생 300명을 대상으로 연애행험을 조사한 결과, 남학생의 60%와 여학생의 30%가 연애행험이 있다고 응답했다.

연애행험을 해본 학생 중 임의로 1명을 선택할 때, 이 학생이

남학생일 확률은 $\frac{4}{7}$ 이다. 이 학교의 남학생의 수는? [3점]

- ① 120 ② 140 ③ 160 ④ 180 ⑤ 200

27. 남학생 3명, 여학생 3명으로 구성된 6명을 그림과 같은 원형 탁자에 앉힐 때, 남학생이 적어도 2명은 서로 이웃할 확률은?
(단, 회전하여 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

28. 다음 조건을 만족시키는 10개의 음이 아닌 정수 a_1, a_2, \dots, a_{10} 의 모든 순서쌍 $(a_1, a_2, \dots, a_{10})$ 의 개수는? [4점]

(가) $1 \leq n \leq 10$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq n$ 이다.

(나) $\sum_{n=1}^{10} a_n = 52$

- ① 173 ② 182 ③ 191 ④ 200 ⑤ 209

단답형

29. 어느 학교 학생들의 수학 시험 점수는 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학교 학생들의 수학 시험 점수의 평균을 추정하기 위해 동일한 조건에서 학생 수만 다르게 하여 세 번의 임의추출을 실시했을 때, 수학 시험 점수의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 아래 표와 같이 조사되었다.

임의추출	임의추출한 학생 수	신뢰구간
첫 번째	36	$a \leq m \leq b$
두 번째	144	$b \leq m \leq c$
세 번째	n	$a \leq m \leq c$

자연수 n 의 값을 구하십시오. [4점]

30. 네 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $a \times b \times c \times d = 280$ 을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 택한 순서쌍이 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

a, b, c, d 중 세 수를 골라 임의로 나열할 때, 어느 경우에도 등비수열을 이루지 않는다.

$p+q$ 의 값을 구하십시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

15)

16)

17)

18)

19)

20)

21)

22)

23) 정답 : ④

$$E(X) = 24 \times \frac{1}{2} = 12 \text{이다.}$$

24)

$$\text{상수항은 } {}_6C_4 \times x^4 \times \left(\frac{2}{x^2}\right)^2 = 15 \times 4 = 60 \text{ 이다.}$$

25) 정답 : ②

$$P(A^C \cup B^C) = 1 - P(A \cap B) = 1 - P(A) \times P(B) \quad (\because A, B \text{ 독립})$$

$$\text{이므로 } P(A) \times P(B) = \frac{1}{6} \text{ 이다.}$$

$$P(A^C) \times P(B^C) = (1 - P(A)) \times (1 - P(B))$$

를 전개하면

$$P(A) \times P(B) - (P(A) + P(B)) + 1$$

$$\text{이므로 구한 결과들을 대입해주면 } \frac{1}{6} - \frac{5}{6} + 1 = \frac{1}{3}$$

26) 정답 : 120

남학생의 수를 x 라 하면 여학생의 수는 $300 - x$ 이다.

남학생의 60%와 여학생의 30%가 연애행험이 있다고 응답했으므로, 남학생 $0.6x$ 명, 여학생 $90 - 0.3x$ 명이 연애를 해봤다.

따라서 전체 학생 중 연애를 해본 학생 수는 $90 + 0.3x$ 이고 이 중 남학생 수는 $0.6x$ 이므로

$$\frac{0.6x}{90 + 0.3x} = \frac{4}{7} \Rightarrow 4.2x = 1.2x + 360$$

에서 $x = 120$ 이다.

27) 정답 : ⑤

전체 경우의 수는 6명을 원형 탁자에 앉히는 경우의 수이므로 $(6-1)! = 120$ 이다.

여사건을 생각하면 남학생이 서로 이웃하지 않도록 앉히는 경우의 수는 먼저 남학생을 앉히고, 남학생 사이의 세 자리에 여학생을 앉히면 되므로 $(3-1)! \times 3! = 12$ 이다.

$$\text{따라서 여사건의 확률이 } \frac{12}{120} = \frac{1}{10} \text{ 이므로,}$$

$$\text{구하고자 하는 확률은 } 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

28)

 $a_n = n$ 이라고 했을 때

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 55 \text{ 이다.}$$

하지만 조건 (나) 에 따르면

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = 52 \text{ 이므로, 3이 빠져야 한다.}$$

3이 빠질 수 있는 경우는 다음과 같은 경우가 있다.

 a_1 에서 2 이상 빠질 수 없고, a_2 에서 3 이상 빠질 수 없다. 이 경우를 전체 경우의 수인 ${}_{10}H_3 = 220$ 에서 빼주자. a_1 에서 2를 빼주는 경우는 9가지이고 3을 빼주는 경우는 1가지, a_2 에서 3을 빼주는 경우는 1가지로 총 11가지 경우가 있다.

$$\therefore 220 - 11 = 209$$

(여사건 안쓰고 직접가는 풀이)

① (1,1,1) 이 빠지는 경우

 a_n 은 음이 아닌 정수이므로 모두 1씩 빠질 수 있다.빠지는 경우의 수는 ${}_{10}C_3 = 120$ 가지이다.

② (1,2) 가 빠지는 경우

 a_1 을 제외하고는 2가 빠질 수 있다.경우의 수는 ${}_{10}P_2 - 9 = 81$ 가지이다.

③ (3)이 빠지는 경우

 a_3, a_4, \dots, a_{10} 가 빠질 수 있다.

8가지

모두 더하면 $120+81+8=209$ 가지이다.

29) 정답 : 16

신뢰도 95%의 신뢰구간에 대한 신뢰상수를 k 라 하면

$$b-a = 2 \times k \times \frac{10}{\sqrt{36}} \text{ 이고 } c-b = 2 \times k \times \frac{10}{\sqrt{144}} \text{ 이므로}$$

$$c-a = 2 \times k \times 10 \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} \right) = 20k \times \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

또한 $c-a = 2 \times k \times \frac{10}{\sqrt{n}}$ 이므로, $n=16$ 임을 알 수 있다.

30) 정답 : 19

 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로, $abcd = 280$ 을 만족시키는순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 ${}_4H_3 \times ({}_4C_1)^2 = 320$ 이다.(추가설명 : ${}_4H_3$ 은 문자 4개 중 중복을 허락하여 3개를 고른 후, 골라진 횟수만큼 소인수 2를 부여하는 과정이며, 뒤의 ${}_4C_1$ 은 각각 5, 7을 가질 문자를 4개 중 하나 선택해주는 것이다.)

이 중 등비수열을 이루는 숫자구성이 있는 경우를 빼서 여사건의 확률로 정답을 구하자.

 a, b, c, d 중 임의로 a, b, c 가 등비수열을 이룬다고 가정하면등비중항에 의하여 $b^2 = ac$ 이고, 따라서 $b^3d = 280$ 이다.즉, 등비중항 b 로 가능한 값은 1, 2 뿐이므로, 이때 케이스를 나눠 구하도록 하자.

i) 등비중항이 1일 때,

나머지 두 항은 무조건 1, 1이어야 하므로

 a, b, c, d 는 1 3개와 280 1개로 구성되어야 한다.

이 경우는 총 4가지.

ii) 등비중항이 2일 때,

나머지 두 항이 2, 2인 경우에는

 a, b, c, d 는 2 3개와 35 1개로 구성되어야 한다.

이 경우는 i)과 마찬가지로 4가지이며

나머지 두 항이 1, 4인 경우에는

 a, b, c, d 는 1, 2, 4, 35로 구성되어야 한다.

이 경우는 4! 가지이다.

따라서 320에서 $4+4+4!$ 을 빼주면 288이므로 정답은

$$\frac{288}{320} = \frac{9}{10} \text{ 에서 } 10+9=19 \text{ 이다.}$$

출제자의 한마디

288의 경우의 수를 구할 때 검토진들이 제일 많이 대답한 오답은 292 였다. 혹시... 당신도..?