

[한성은 모의고사]

| 3월 모의고사 연습 |

| 한성은

5A ACADEMY

반가워요. 한성은입니다.

범위는 3월 범위보다 살짝 넓습니다.

항상 행복하세요.

hansungeun.com/texta.html - 공개 모의고사 페이지

써밋 N제 미적분(2021년) 출간 - 책 사주세요.

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.

- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 6 ③ 9
④ 12 ⑤ 18

2. $\sin \frac{3\pi}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 - 2a_3 + a_8 = 20$ 일 때,

$a_{20} - a_{15}$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 27 ③ 29
④ 31 ⑤ 33

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (t^2 + t + a) dt = 6$ 를 만족시키는 실수 a 의

값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

5. 도함수가 $f'(x) = 6(x^2 + x)$ 인 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 2일 때, 극댓값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

6. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x_1, x_2 가

$$x_1 = t^2 - 1, \quad x_2 = -\frac{1}{2}t^2 + 4t + a$$

이다. 두 점 P, Q가 서로 만나며 속도가 같아지는 시각이 존재할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{8}{3}$ ② -3 ③ $-\frac{10}{3}$
- ④ $-\frac{11}{3}$ ⑤ -4

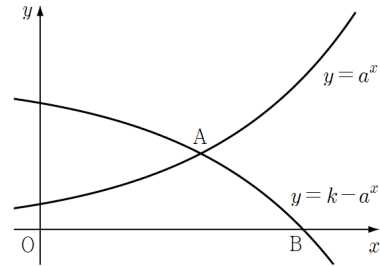
7. 두 함수 $f(x) = a^x, g(x) = k - f(x)$ 에 대하여,

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 교점을 A,

곡선 $y = g(x)$ 와 x 축의 교점을 B라 하자.

$g(4) = 4$ 이고 점 A의 x 좌표와 점 B의 x 좌표의 차이가

4일 때, \overline{AB} 의 값은? (단, a 와 k 는 양의 실수이다.) [3점]



- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$
- ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

8. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2-x^2 & (x \leq 1) \\ x^3 & (x > 1) \end{cases}$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -5 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 5

9. $\pi < \theta < \frac{5}{4}\pi$ 인 실수 θ 에 대하여

$$\tan\theta + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = 4$$

일 때, $\cos^2\theta - \sin^2\theta$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 다음은 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $x \geq 0$ 일 때,

$$x^n - 1 \geq n(x-1) \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

i) $n=2$ 일 때,

$$(x-1)^2 \geq 0$$

이므로 (*)이 성립한다.

ii) $n=k(k \geq 2)$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면,

$$x^k - 1 \geq k(x-1)$$

이다. $n=k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned} & x^{k+1} - 1 - (k+1)(x-1) \\ &= x(x^k - 1) + \boxed{(가)} - (k+1)(x-1) \\ &\geq x\{k(x-1)\} + x - 1 - (k+1)(x-1) \\ &= k \times \boxed{(나)} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

i), ii)에 의해 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $x \geq 0$ 일 때,

$$x^n - 1 \geq n(x-1)$$

이 성립한다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(x)$, $g(x)$ 이라 할 때, $f(5) + g(4)$ 의 값은? [4점]

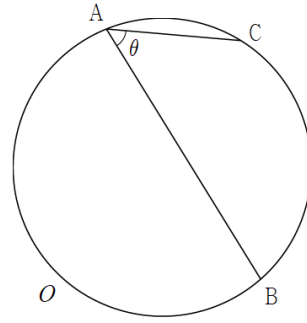
- ① 5 ② 7 ③ 9
 ④ 11 ⑤ 13

11. 함수 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + k$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(\alpha, f(\alpha))$ 에서의 접선과 점 $(2\alpha, f(2\alpha))$ 에서의 접선이 서로 x 축에 대하여 대칭이다. $k + \alpha$ 의 값은? (단, $\alpha \neq 0$)

[4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$
 ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

12. 원 O 위의 세 점 A, B, C 에 대하여 $\overline{AB} = 11$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\angle CAB = \theta$ 라 하면 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 이다. 원 O 의

반지름의 길이는? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

- ① $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $\frac{7\sqrt{5}}{2}$
 ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

13. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 와 직선 $y = n - x$ 의 교점의 x 좌표를 a_n 이라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $2 < a_4 < 3$

ㄴ. $n < a_n + \log_2 n$

ㄷ. $(a_n)^{n-1} < n^{a_n-1}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 네 양수 a, b, c, d 에 대하여 함수

$$f(x) = a \cos\{b(x-c)\} + d$$

의 최솟값은 -1 이다. 방정식 $f(x) = 0$ 의 양수인 근을 작은 수부터 크기순으로 세 개를 나열한 것이

$$2\pi, 6\pi, 8\pi$$

일 때, $\frac{bc}{a+d}$ 의 값은? (단, $0 < c < 6\pi$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{2}{9}\pi$ ② $\frac{1}{3}\pi$ ③ $\frac{4}{9}\pi$
 ④ $\frac{5}{9}\pi$ ⑤ $\frac{2}{3}\pi$

15. 최고차항의 계수가 음수인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 는 세 실근 α, β, γ 를 갖고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha+2\gamma=3\beta$
 (나) $f(\beta)=0, f(\gamma)=5$

$f(\alpha)$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 34 ③ 36
 ④ 38 ⑤ 40

단답형

16. $\log_4 27 \times \log_3 16$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수 $f(x)=x^3+x^2+x$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 두 곡선 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 16일 때, 양수 a 의 값을 구하여라. [3점]

20. 양수 a 와 0이 아닌 세 실수 x, y, z 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad 2^x = 3^y = a^z$$

$$(나) \quad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{z}$$

a 의 값을 구하여라. [4점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^5 a_k = 10$, $\sum_{k=1}^5 ka_k = 15$ 을 만족시킬 때,

$\left\{ \sum_{k=1}^5 (k+1)a_k \right\} \times \left\{ \sum_{k=1}^4 ka_{k+1} \right\}$ 의 값을 구하여라. [3점]

21. $a_1 = 16$ 이고 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x - a_m & (x \leq a_m) \\ \frac{1}{2}(x - a_m) & (x > a_m) \end{cases}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^m a_k = 28m, \quad \sum_{k=1}^{2m} f(a_k) = -28$$

일 때, $f(a_{3m})$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(t) & (x < t) \\ f(t) - f(x) & (x \geq t) \end{cases}$$

이고, t 에 대한 함수 $h(t)$ 는 $g(x)$ 의 최댓값이다. $h(t)$ 가 $t=0, t=4, t=8$ 을 제외한 모든 실수에서 미분가능하고

$h(4) = 4$ 일 때, $\int_{-2}^{10} h(t) dt$ 의 값을 구하여라. [4점]

수학 영역 (확률과 통계)

5지선다형

23. 3H_6 의 값은? [2점]

- ① 20 ② 24 ③ 28
④ 32 ⑤ 36

24. $(1+2x)(1+x)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 24 ② 26 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

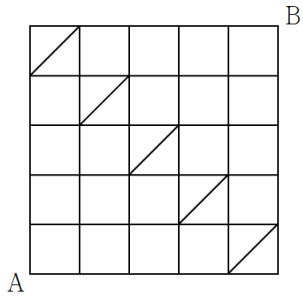
25. $\sum_{k=0}^8 ({}_{k+2}C_2 + {}_{k+2}C_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 330 ② 340 ③ 350
④ 360 ⑤ 370

26. 두 문자 a, b 를 중복을 허락하여 만든 6자리 문자열
중에서 a 끼리는 이웃하지 않는 것의 개수는? [3점]

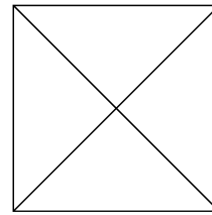
- ① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

27. 그림과 같이 정사각형 모양과 일부의 대각선으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단거리로 가는 경로의 수는?
[3점]



- ① 58
- ② 62
- ③ 66
- ④ 70
- ⑤ 74

28. 그림과 같이 정사각형과 정사각형의 대각선으로 만들어진 도형이 있다. 정사각형 내부에 만들어지는 4개의 영역에 각각 한 가지 색만을 이용하여 칠한다. 서로 다른 네 가지 색을 이용하여 이웃하는 면이 구별되도록 색칠하는 방법의 수는? (단, 모든 색을 사용할 필요는 없으며, 면이 이웃하는 것은 변을 공유하는 경우만을 의미한다. 또, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 22
- ② 24
- ③ 26
- ④ 28
- ⑤ 30

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4점]

- (가) $a+b+c+d+e=15$
(나) $a+b$ 는 3의 배수이다.

30. 서로 구별할 수 없는 사탕 8개와 서로 다른 초콜릿 4개가 있다. 이를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 줄 때, 각 학생이 사탕과 초콜릿을 합해 3개 이상씩 받도록 하는 경우의 수를 구하여라. [4점]

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+1}{n(n+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{n} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2+1} = 3$ 을 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{n^2+2}$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9
 ④ 12 ⑤ 15

26. 첫째항이 1인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

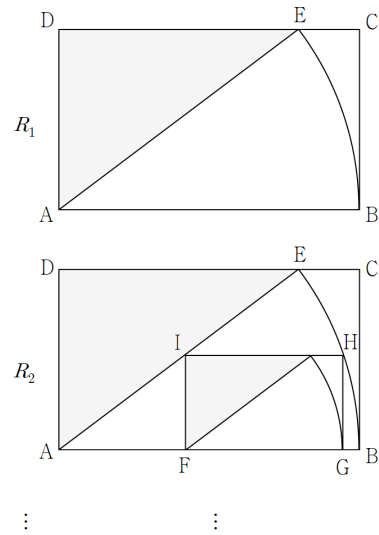
$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n a_n = 6$$

을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

27. 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+4} + ax^2 + b}{x^{2n} + 1}$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(0) + f(2)$ 의 값은? [3점]
- ① 14 ② 15 ③ 16
 ④ 17 ⑤ 18

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=3$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 선분 AB의 길이인 원과 선분 CD가 만나는 점을 E라 할 때, 삼각형 ADE에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 AB 위의 두 점 F, G, 호 BE 위의 점 H, 선분 AE 위의 점 I를 꼭짓점으로 하고 $\overline{FG}:\overline{GH}=5:3$ 인 직사각형 FGHI를 그리고 직사각형 FGHI에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{112}{13}$ ② $\frac{110}{13}$ ③ $\frac{108}{13}$
 ④ $\frac{106}{13}$ ⑤ $\frac{104}{13}$

단답형

29. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n}{n+1} = 1$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$6n^2 < a_n b_n < 6n(n+2)$$

이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값을 구하여라. [4점]

30. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

자연수 n 과 0 이상의 정수 k 에 대하여

$$2^k \leq n < 2^{k+1} \text{이면 } a_n = k+1 \text{이다.}$$

수열 $\{b_n\}$ 과

$$S_n = \sum_{k=1}^{2^n-1} a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n 2^{k-1}$$

이 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = b_n \times T_n - \sum_{k=1}^{n-1} T_k$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+2}}{2^n b_n}$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 포물선 $(y-3)^2 = 8x$ 의 초점이 좌표가 (a, b) 일 때,
 $a+b$ 의 값은? [2점]
- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ 에 접하고 기울기가 2인
두 직선의 y 절편의 곱은? [3점]
- ① -40 ② -36 ③ -32
④ -28 ⑤ -24

25. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 P에 대하여

$\angle PFO = \frac{2\pi}{3}$ 일 때, 점 P의 x 좌표는? (단, O는

원점이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

26. 점 $(3, a)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의

기울기의 곱이 2일 때, a^2 의 값은? [3점]

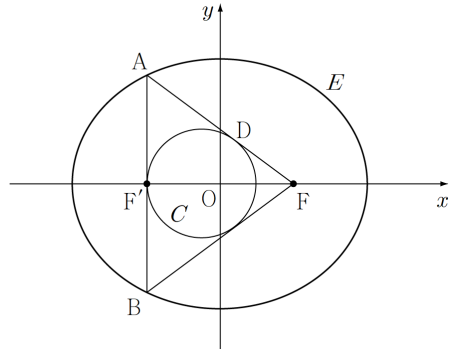
- ① 6 ② 8 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 14

27. 점 $A(0, 4\sqrt{7})$ 와 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{2a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 0이다. 양수 a 의 값은? (단, $a < 4\sqrt{7}$ 이다.) [3점]
- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$
 ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

28. 두 초점이 $F(4, 0), F'(-4, 0)$ 인 타원 E 가 있다. 점 F' 을 지나고 x 축과 수직인 직선과 타원 E 의 두 교점을 A, B 라 하자. 삼각형 ABF 의 내접원을 C , 원 C 와 선분 AF 의 접점을 D 라 하면

$$\overline{AD} \times \overline{DF} = 24$$

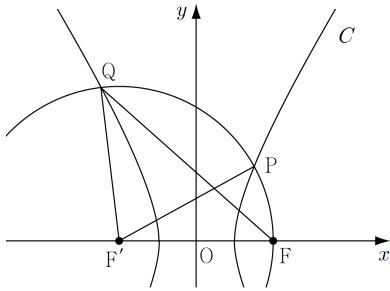
이다. 타원의 단축의 길이는? [4점]



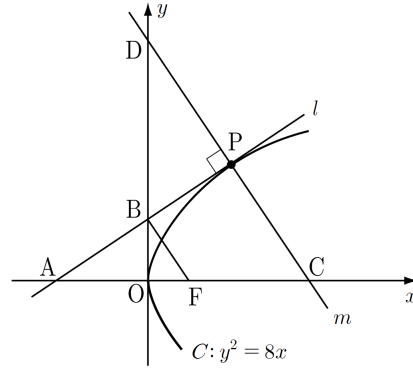
- ① 8 ② $8\sqrt{2}$ ③ $8\sqrt{3}$
 ④ 16 ⑤ $8\sqrt{5}$

단답형

29. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ 인 쌍곡선 C 와 점 F' 을 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원이 있다. 쌍곡선과 원의 교점 중 제1사분면의 교점을 P , 제2사분면의 교점을 Q 라 하자. $\cos(\angle FQF') = \frac{3}{4}$ 일 때, $40\cos(\angle PF'F)$ 의 값을 구하여라. (단, c 는 양수이다.) [4점]



30. 초점이 F 인 포물선 $C: y^2 = 8x$ 위의 한 점 P 에서의 접선을 l , P 를 지나고 l 과 수직인 직선을 m 이라 하자. 직선 l 과 x 축, y 축의 교점을 각각 A , B 라 하고, 직선 m 과 x 축, y 축의 교점을 각각 C , D 라 하자. 세 삼각형 BFA , PCA , PBD 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라 할 때, $S_2 + S_3 = 6S_1$ 이다. 점 P 의 x 좌표의 값을 구하여라. [4점]



[한성은 모의고사 3월 연습 정답표]

〈공통〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	⑤	02	①	03	①	04	④	05	②
06	④	07	②	08	④	09	②	10	⑤
11	③	12	①	13	②	14	③	15	①
16	6	17	17	18	6	19	125	20	72
21	28	22	48						

〈확률과 통계〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	③	24	④	25	①	26	⑤	27	④
28	②	29	341	30	798				

〈미적분〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	④	24	⑤	25	④	26	①	27	②
28	③	29	24	30	4				

〈기하〉

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
23	④	24	①	25	④	26	⑤	27	②
28	③	29	35	30	4				

COMMENT 07

$a^x = k - a^x$ 에서 $A\left(\log_a k - \log_a 2, \frac{k}{2}\right)$ 이고 $B(\log_a k, 0)$ 이다.

$\log_a k - (\log_a k - \log_a 2) = 4$ 이므로 $a = \sqrt[4]{2}$, $g(4) = 4$ 에서 $k = 6$ 이다.

COMMENT 08

$f(x)$ 의 $x = 1$ 에서의 우미분계수는 3, 좌미분계수는 -2 이다.

$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{f(1+h) - f(1)}{h} + \frac{f(1-h) - f(1)}{-h} \right\}$ 이다.

COMMENT 09

$\tan\theta + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{\cos\theta\sin\theta}$ 이므로 $\cos\theta\sin\theta = \frac{1}{4}$ 이다. $(\cos\theta + \sin\theta)^2 = \frac{3}{2}$, $(\cos\theta - \sin\theta)^2 = \frac{1}{2}$ 이고

각을 짚어보면 $\cos\theta + \sin\theta < 0$, $\cos\theta - \sin\theta < 0$ 이므로 $\cos\theta + \sin\theta = -\frac{\sqrt{6}}{2}$, $\cos\theta - \sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

COMMENT 11

$$\alpha = 1, k = \frac{11}{2}$$

COMMENT 13

ㄱ. $\log_2 2 < 4 - 2$ 이고 $\log_2 3 > 4 - 3$ 이다.

ㄴ. $\log_2 a_n = n - a_n$ 이고 $\log_2 a_n < \log_2 n$ 이므로

ㄷ. 준 식은 $\frac{\log_2 a_n}{a_n - 1} < \frac{\log_2 n}{n - 1}$ 이다. 기울기 봐봐.

COMMENT 14

$x = \pi$ 에서 최소, $x = 4\pi$ 에서 최대이고, 최댓값은 3이다. $\sin x$ 의 값이 $\pm \frac{1}{2}$ 가 될 때를 잘 생각해보자.

$a = 2$, $b = \frac{1}{3}$, $c = 4\pi$, $d = 1$ 이다.

COMMENT 15

원함수의 변화량은 도함수의 넓이다. 대충 도함수를 $f'(x) = k(x+2a)x(x-a)$ 라 놓고

$\int_{-2a}^0 f'(x)dx$ 와 $\int_0^a f'(x)dx$ 를 비교해보자. 대충 32:5가 떠서 답이 32라는 것을 알 수 있다.

COMMENT 19

풀어서 써보자. $\left\{ \sum_{k=1}^5 (k+1)a_k \right\} \times \left\{ \sum_{k=1}^4 ka_{k+1} \right\}$ 에서

$\sum_{k=1}^5 (k+1)a_k$ 는 $\sum_{k=1}^5 a_k + \sum_{k=1}^5 ka_k$ 이므로 25이고 $\sum_{k=1}^4 ka_{k+1}$ 는 $\sum_{k=1}^5 ka_k - \sum_{k=1}^5 a_k$ 이므로 5다.

COMMENT 20

$2^x = 3^y = a^z = k$ 라 하자. $2 = k^{\frac{1}{x}}$, $3 = k^{\frac{1}{y}}$, $a = k^{\frac{1}{z}}$ 에서 $8 = k^{\frac{3}{x}}$, $9 = k^{\frac{2}{y}}$ 에서 $72 = k^{\frac{3}{x} + \frac{2}{y}} = k^{\frac{1}{z}}$ 이므로 $a = 72$ 다.

COMMENT 21

공차를 d 라 하자. $\sum_{k=1}^m a_k = 28m$ 는 $\frac{16+16+(m-1)d}{2} = 28$ 이므로 $(m-1)d = 24$ 이다.

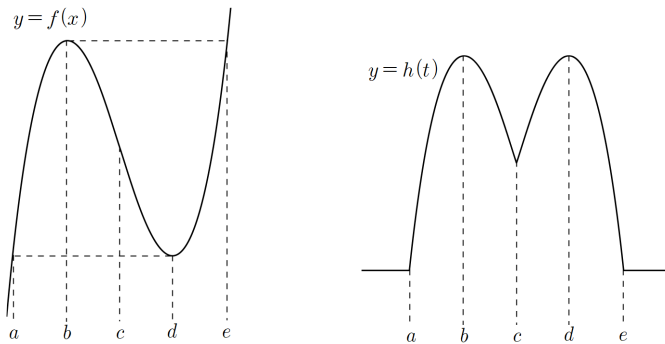
$\sum_{k=1}^{2m} f(a_k)$ 는 $-(m-1)d - (m-2)d - \dots - 2d - d + 0 + \frac{1}{2}d + d + \frac{3}{2}d + \dots + \frac{m}{2}d$ 이므로 $-\frac{(m-1)m}{2}d + \frac{m(m+1)}{4}d = \frac{(3-m)md}{4} = -28$ 이다.

두 식을 연립하면 $m = 7$, $d = 4$ 이다.

COMMENT 22

$f(x)$ 가 극값을 가지지 않으면 모든 실수 t 에 대하여 $h(t) = 0$ 이다.

$f(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, $h(t) = \begin{cases} 0 & (t \leq a) \\ f(t) - f(d) & (a < t \leq c) \\ f(b) - f(t) & (c < t \leq e) \\ 0 & (e < t) \end{cases}$ 이다. 잘 따져보자. 좀 헛갈림요.



문제의 조건에서 $a = 0$, $c = 4$, $e = 8$ 이고, 삼차함수의 성질에서 $b = 2$, $d = 6$ 이다.

COMMENT 확률과 통계 29

Case1) $a+b=3$ 인 경우의 수는 $2 \times {}_3H_0$ 이다.

Case2) $a+b=6$ 인 경우의 수는 $5 \times {}_3H_0$ 이다.

Case3) $a+b=9$ 인 경우의 수는 $8 \times {}_3H_3$ 이다.

Case4) $a+b=12$ 인 경우의 수는 $11 \times {}_3H_0$ 이다.

COMMENT 확률과 통계 30

Case1) 초콜릿을 $[4, 0, 0]$ 으로 나누어 주는 경우의 수는 $3 \times {}_3H_2$ 이다.

Case2) 초콜릿을 $[3, 1, 0]$ 으로 나누어 주는 경우의 수는 $4 \times 6 \times {}_3H_3$ 이다.

Case3) 초콜릿을 $[2, 2, 0]$ 으로 나누어 주는 경우의 수는 $3 \times 6 \times {}_3H_3$ 이다.

Case4) 초콜릿을 $[2, 1, 1]$ 으로 나누어 주는 경우의 수는 $6 \times 6 \times {}_3H_3$ 이다.

COMMENT 미적분 28

$\overline{FG} = 5a$ 라 하면, $\overline{IF} = 3a$, $\overline{AF} = 4a$ 이다. 삼각형 AGH에서 피타고라스를 때리면

$(9a)^2 + (3a)^2 = 25$ 에서 $a^2 = \frac{5}{18}$ 이다. 구하는 값은 첫째항 6, 공비 $\frac{5}{18}$ 인 등비급수이다.

COMMENT 미적분 29

$\frac{b_n}{a_n} = \frac{a_n b_n}{a_n^2} = \frac{a_n b_n}{n^2} \times \left(\frac{n}{a_n}\right)^2$ 이므로 6×2^2 으로 수렴한다.

COMMENT 미적분 30

$\{a_n\} : 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, \dots$

$$\begin{aligned} S_n &= \sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 8 + \dots + n \times 2^{n-1} \\ &= (1+2+4+8+\dots+2^{n-1}) + (2+4+8+\dots+2^{n-1}) + (4+8+\dots+2^{n-1}) + \dots + (2^{n-2}+2^{n-1}) + 2^{n-1} \\ &= T_n + (T_n - T_1) + (T_n - T_2) + \dots + (T_n - T_{n-2}) + (T_n - T_{n-1}) \\ &= nT_n - \sum_{k=1}^{n-1} T_k \end{aligned}$$

에서 $b_n = n$, $S_n = n(2^n - 1) - \sum_{k=1}^{n-1} (2^k - 1) = (n+1)2^n - 2n + 1$ 이다.

※ 떡급수를 알면 T_n 을 이용하지 않고 S_n 을 구할 수 있다.

수열의 극한에서 킬러 뽑으려다 망한 문항이니 봐달라.

COMMENT 기하 29

$\overline{FF'} = 2c$ 이고 $\overline{F'Q}$ 와 $\overline{F'P}$ 도 $2c$ 이다.

쌍곡선의 정의에 의해 $\overline{PF} = 2c - 2a$, $\overline{QF} = 2c + 2a$ 이다.

$\cos(\angle FQF')$ 는 $\frac{a+c}{2c}$ 이므로 $\frac{a+c}{2c} = \frac{3}{4}$ 에서 $c = 2a$ 이다.

$\cos(\angle F'PF) = \frac{c-a}{2c} = \frac{1}{4}$ 이고 $\cos(\angle PF'F) = \frac{7}{8}$ 이다.

COMMENT 기하 30

접선의 성질에서 각 ABF는 직각이다. 따라서 세 삼각형 BFA, PCA, PBD은 모두 닮음이다.

삼각형 BFA와 삼각형 PCA는 $\overline{AB} = \overline{BP}$ 이므로 닮음비가 1:2이고, $S_2 = 4S_1$ 이다. $S_3 = 2S_1$ 에서 삼각형 BFA와

삼각형 PBD의 닮음비는 1:√2이다. $\overline{OA} = l$ 이라 하면 $\overline{OB} = \sqrt{2l}$, $\overline{BF} = \sqrt{2l+4}$, $\overline{AB} = \sqrt{l^2+2l}$ 이다.

접선의 성질에서 $\overline{PB} = \overline{AB} = \sqrt{l^2+2l}$ 이고 $\overline{PB} : \overline{BF} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $l = 4$ 이다. 접선의 성질에서 점 P의 x좌표는 4이다.