기대N제

수학 1

해설

빠른 정답

Day 1						맞은 개수
1번	20	4번	③	7번	③	
2번	99	5번	181	8번	④	/ 9
3번	27	6번	①	9번	②	

기대T 2024학년도 현장수업/온라인 라이브 수업 안내

<table>
<tr><th></th><th>수리논술 정규반 및 학교별 Final</th><th>수능수학</th></tr>
<tr><td>3월</td><td>정규반 시즌1</td><td rowspan="2">실전개념 + 기출 기본4점 ~ 쉬운 준킬러
최근 기출에 최적화된 수능실전개념 확립</td></tr>
<tr><td>4월</td><td rowspan="2">정규반 시즌2</td></tr>
<tr><td>5월</td><td rowspan="2">기출 준킬러 + N제 준킬러
수능 최적화에 필요한 다양한 문제접근법을 연마</td></tr>
<tr><td>6월</td><td rowspan="2">정규반 시즌3</td></tr>
<tr><td>7월</td><td rowspan="2">기출+N제 준킬러&킬러 + 기출 Final 액기스
현수능 최대 주적 ‘낯섦’에 대처하는 최종단계</td></tr>
<tr><td>8월</td><td rowspan="2">Semi FInal</td></tr>
<tr><td>9월</td><td rowspan="3">실전모의고사 Final
오직 고득점만을 위한
모든 도구들을 최종정리</td></tr>
<tr><td>10월</td><td>수능전 Final (연세, 시립, 홍익)</td></tr>
<tr><td>11월</td><td>수능 후 Final (대다수 학교)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출강</td><td>오르비학원, 대치 명인학원</td><td>오르비학원, 이투스</td></tr>
<tr><td colspan="2">오르비학원에서는 수리논술/수능수학 모두 현장강의 뿐만 아니라 온라인수업으로도 수강 가능합니다.</td></tr>
<tr><td colspan="3">좀 더 자세한 수업설명 및 커리큘럼은 아래 QR코드를 통해 확인할 수 있습니다.</td></tr>
<tr><td>QR Code</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>링크</td><td colspan="2">orbi.kr/profile/416016</td></tr>
</table>

Day 1

1-1

두 그래프 $y=x^n$ 과 $y=32-2^{\frac{n}{2}}$ 가 만나는 점의 개수는

방정식 $x^n=32-2^{\frac{n}{2}}$ 의 실근의 개수와 같다. 즉,

$32-2^{\frac{n}{2}}$ 의 n제곱근 중 실수인 것의 개수와 같다.

그 개수가 2 인 경우는 n이 짝수이고 $32-2^{\frac{n}{2}}>0$ 인

경우이다. $32-2^{\frac{n}{2}}>0 \Rightarrow 2^{\frac{n}{2}}<2^5$ 이므로

$\frac{n}{2}<5$, $n<10$ 이므로 구하는 n의 값의 합은

$2+4+6+8=20$ 이다.

1-2

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_n=(n-1)d,\ S_n=\dfrac{n(n-1)d}{2}$

이므로

$2S_k=11a_k$

$\Rightarrow k(k-1)d=11(k-1)d$

$\Rightarrow k(k-1)=11(k-1)\ (\because\ d>0)$

$\Rightarrow (k-1)(k-11)=0$

$a_{k+2}=(a_{k-2})^2$ 에서 $k>2$ 이므로 $k=11$ 이다.

따라서

$a_{k+2}=(a_{k-2})^2$

$\Rightarrow a_{13}=(a_9)^2$

$\Rightarrow 12d=(8d)^2,\ d=\dfrac{3}{16}\ (\because\ d>0)$

$\therefore\ S_{3k}=S_{33}=\dfrac{32\times 33}{2}\times\dfrac{3}{16}=99$

1-3

두 함수 $y=\log_a(x+1)+\sqrt{3}$, $y=a^{x-\sqrt{3}}-1$은

서로 역함수 관계에 있으므로

점 A의 좌표를 $(p,\ q)$라 하면 점 A는 $y=-x+k$ 위의

점이므로 $q=-p+k \Rightarrow p=-q+k$

즉, 점 $(q,\ p)$ 또한 직선 $y=-x+k$ 위의 점이므로

역함수의 그래프의 성질에 의하여 점 B의 좌표는

$(q,\ p)$이다. $(p<q)$

문제의 조건에서

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{p^2+q^2}=2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2(p-q)^2}=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow p^2+q^2=8,\ (p-q)^2=4$

이 둘을 연립하여 풀면

$p=\sqrt{3}-1,\ q=\sqrt{3}+1$

즉, 점 $\left(\sqrt{3}-1,\ \sqrt{3}+1\right)$은

곡선 $y=\log_a(x+1)+\sqrt{3}$ 위의 점이므로

$\log_a\sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+1 \Rightarrow a=\sqrt{3}$

또한, 점 $\left(\sqrt{3}-1,\ \sqrt{3}+1\right)$은 직선 $y=-x+k$ 위의

점이므로

$\sqrt{3}+1=-\left(\sqrt{3}-1\right)+k \Rightarrow k=2\sqrt{3}$

$\therefore\ (a+k)^2=\left(3\sqrt{3}\right)^2=27$

1-4

$\sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C=\frac{3}{5}$

$\cos(B+C)=\cos(\pi-A)=-\cos A=\frac{3}{5}$

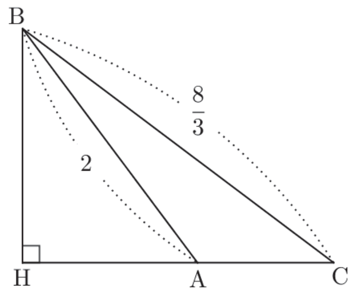
이므로 $\cos A=-\frac{3}{5}$이고

$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\frac{4}{5}$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}=2$이므로 사인법칙에 의하여

$\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin C}=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin A} \Rightarrow \overline{\mathrm{BC}}=\frac{4}{3}\times 2=\frac{8}{3}$

$A>90^\circ$ 이므로 점 B를 직선 AC에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC는 다음과 같다.



$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos(\pi-A)=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}\cos C=\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{32}{15}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{CH}}-\overline{\mathrm{AH}}=\frac{32}{15}-\frac{6}{5}=\frac{14}{15}$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{14}{15}\times\frac{4}{5}=\frac{56}{75}$

1-5

$\tan\left\{\frac{a_{n+1}+a_n}{4}\times\pi\right\}=1$ 로부터

$a_{n+1}+a_n=1,\ 5,\ 9,\ 13$ 등의 값을 가짐을 알 수 있다.

$1\le a_2+a_1<5$ 이므로 $a_2+a_1=1$

$2\le a_3+a_2<6$ 이므로 $a_3+a_2=5$

$3\le a_4+a_3<7$ 이므로 $a_4+a_3=5$

식으로 각각의 n에 대하여 $a_{n+1}+a_n$이 가질 수 있는 값을 정한 후, $a_1=1$부터 차근차근 대입해보면

$a_1=1,$

$a_2=0,\ \ a_3=5,\ a_4=0,\ a_5=5,\ a_6=0,\ a_7=9,\ a_8=0,\ \cdots$

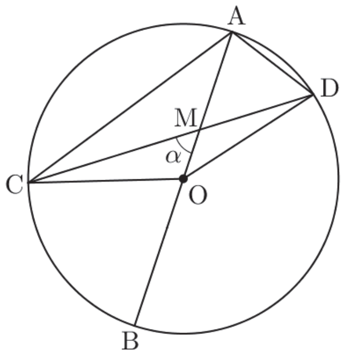
임을 알 수 있으므로 a_2부터는 4칸씩 잘라서

0 5 0 5 / 0 9 0 9 / 0 13 0 13 / 으로 반복될 것이다.

따라서 $\sum_{k=1}^{25}a_k=1+2\times(5+9+\cdots+25)=181$ 이다.

1-6

$\overline{CM}=3k$, $\overline{DM}=2k$ 라 하자. 그림과 같이 $\angle OMC=\alpha$ 라 하면



삼각형 OMC 와 OMD 에서 코사인법칙에 의해

$$\cos\alpha=\frac{\overline{CM}^2+\overline{OM}^2-\overline{OC}^2}{2\overline{CM}\cdot\overline{OM}}=\frac{9k^2-8}{6k}$$

$$\cos(\pi-\alpha)=\frac{\overline{DM}^2+\overline{OM}^2-\overline{OD}^2}{2\overline{DM}\cdot\overline{OM}}=\frac{k^2-2}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{9k^2-8}{6k}+\frac{k^2-2}{k}=0$$

$$\Rightarrow 3k^2-4=0,\ k=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore\ \cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}},\ \sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

따라서 $\triangle AMC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{CM}\times\sin\alpha=2\sqrt{2}$$

(다른 풀이)

$\triangle CMB \backsim \triangle AMD$ 이므로

$\overline{CM}:\overline{BM}=\overline{AM}:\overline{DM}$

$\Rightarrow \overline{AM}\cdot\overline{BM}=\overline{CM}\cdot\overline{DM}$

$\Rightarrow 3k\times 2k=8,\ k=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

이후의 풀이는 본 풀이와 같다.

1-7

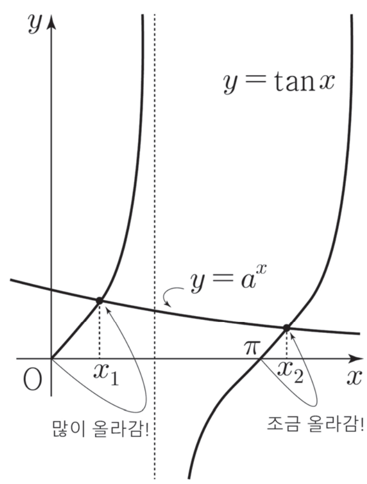
두 곡선 $y=a^x\cos x\,(0\le x\le 2\pi)$, $y=\sin x$ 의 교점의 x 좌표

x_1, x_2 는 다음 방정식의 해이다.

$$a^x\cos x=\sin x\ \Rightarrow\ a^x=\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$$

따라서 x_1, x_2 는

두 곡선 $y=a^x$, $y=\tan x$ $(0\le x\le 2\pi,\ \cos x\ne 0)$ 의 두 교점의 x 좌표와 같으므로 $a^{x_1}=\tan x_1$ 이다.



ㄱ.

$0<a<1$ 이므로 $0<x<2\pi$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $0<a^x<1$ 이다. 따라서

$a^{x_1}=\tan x_1<1=\tan\dfrac{\pi}{4}$ 이므로 $0<x_1<\dfrac{\pi}{4}$ 이다. (참)

ㄴ.

먼저, 문제에 등장하는 y_1, y_2 는 위 그림에 찍힌 두 점의 y 좌표가 아님에 유의하자.

ㄱ. 으로부터 $0<x_1<\dfrac{\pi}{4}$ 임을 알았고, 위 그림으로부터 $\pi<x_2<x_1+\pi$ 임을 알 수 있다.

$y_2=\sin x_2$ 의 값이 음수임을 부등식 $\pi<x_2$ 으로부터 알 수 있고, $y_1=\sin x_1$ 의 절댓값이 $y_2=\sin x_2$ 의 절댓값보다 큼을

부등식 $x_2<x_1+\pi$ 으로부터 알 수 있다.

따라서 $y_1+y_2>0$이다. (거짓)

ㄷ.

$x_2 < x_1 + \pi$ 으로부터 $x_2 - x_1 < \pi$이다.

$0 < x_1 < \dfrac{\pi}{4}$ 이므로 $\sin x_1 = y_1 < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이고,

$|\sin x_2| = |y_2| < |y_1| < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$-\dfrac{\sqrt{2}}{2} < y_2$, $-y_2 < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

따라서 $y_1 - y_2 < \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ 이고,

$(x_2 - x_1)(y_1 - y_2) < \sqrt{2}\pi$이다. (참)

1-8

[cf. 이 문제를 해설보다 '훨씬' 쉽게 풀었다면, 찍맞 (ex. 90도가 아닌 각도를 90도라고 우기고 풀었다던지 등의 비약) 이므로, 반드시 아래의 일반적 해설을 체크하도록 하자.]

문제에서 구하려는 것이 사각형 ABCD의 둘레이므로,
네 변을 모두 구해야 한다.
먼저 눈에 띄는 것은 선분 AB. 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB} = 5$이다. 여기서 $\angle ABP = \theta$라 하면
$\cos\theta = \dfrac{4}{5}$, $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$이고 $\angle ABC = 90^\circ + \theta$이다.

길이 정보와 각 정보가 있는 삼각형 ABC 부터 보자.
삼각형 ABC의 외접원 O의 반지름의 길이는
$\sqrt{\dfrac{25}{2}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$이므로 사인법칙에 의하여
$\dfrac{\overline{AC}}{\sin(90^\circ + \theta)} = 5\sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.
$\sin(90^\circ + \theta) = \cos\theta$이므로 $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$이다.
또한 $\angle APB = \angle PBC = 90^\circ$ 이므로 점 A에서
선분 BC의 연장선에 수선의 발 H를 내려
삼각형 AHC에서 피타고라스 정리를 사용하면
$\overline{CH} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = 4$, $\overline{BC} = 4 - 3 = 1$임을
알 수 있다.

한편 사각형 ABCD는 원에 내접한 사각형이므로
$\angle ADC = 180^\circ - \angle ABC = 90^\circ - \theta$이다.

사각형 ABCD 의 둘레의 길이를 구해야 하므로
$\overline{DC} = a$, $\overline{DA} = b$라 하자.
a, b를 각각 구할 수 있다면 좋겠지만 우리의 목표는 $a + b$를 구하는 것이므로 이를 한번에 구해야 할 수 도 있겠다는 생각을 반드시 갖고 있어야 한다.

삼각형 ADC 에서 코사인법칙에 의하여
$a^2 + b^2 - 2ab \times cos(90^\circ - \theta) = 32$ 이므로
$a^2 + b^2 - \dfrac{6}{5}ab = 32$ 이다. ⋯ ①
또한 (다) 조건에 의하여
$\dfrac{1}{2}ab\sin(90^\circ - \theta) = 14$, $ab = 35$이다. ⋯ ②

①에 ②를 적용하면 $a^2 + b^2 = 74$, $ab = 35$이다.
이 둘을 연립하면 a, b를 $(5,\ 7)$ 혹은 $(7,\ 5)$로 구할 수 있겠으나 앞서 말했듯이 문제의 목표는 둘레의 길이를

구하는 것이므로 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ 공식을 활용해주는 것이 좋은 센스이다.

$(a+b)^2=74+70=144$로부터 $a+b=12$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{BC}}=1$ 이므로 정답은 $12+5+1=18$ 이다.

1-9

$a_2-a_1=a$, $a_3-a_2=b$라 하자.

$a_4-a_3=2+a$, $a_5-a_4=-2b$

$a_6-a_5=4+a$, $a_7-a_6=4b$

$a_8-a_7=6+a$, $a_9-a_8=-8b$

$a_{10}-a_9=8+a$

이므로

$$\begin{aligned}a_4-a_2&=(a_4-a_3)+(a_3-a_2)\\&=(2+a)+b=a+b+2=0\quad\cdots\ (\ast)\end{aligned}$$

이다. $a_3<a_2 \Rightarrow b<0$ 이므로 $a>-2$ 이다.

비슷한 방법으로

$a_7-a_1=3b+3a+6=0 \Rightarrow a_7=a_1\ \ (\because (\ast))$

$a_5-a_1=2a-b+2$

$a_5=\dfrac{a_7}{2}$ 이므로 $(\ast)$에서

$$\frac{a_7}{2}-a_1=\frac{a_1}{2}-a_1=-\frac{a_1}{2}=2a-b+2$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a_1&=-4a+2b-4\\&=-4a+2(-a-2)-4=-6a-8\end{aligned}$$

a_1 이 자연수이고 $a>-2$ 이므로 a 의 값은

$-\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{5}{3},\ -\dfrac{11}{6}$ 중 하나이다. ⋯ (#)

$a_{10}-a_1=5a-5b+20$

$$\begin{aligned}\Rightarrow a_{10}&=a_1+5a-5b+20\\&=-6a-8+5a-5(-a-2)+20\\&=4a+22\end{aligned}$$

이므로 (#)에서 a_{10} 의 최댓값은 $a=-\dfrac{3}{2}$ 일 때 16 이다.