subject

title

확통 정리

check

date

수능 D-1
수능 전 수학 최종점검 (9평ver)

① 말 바꾸기

- 뽑는다 : C
- 중복해서 뽑는다 : H ← H는 한번도 안 뽑힐수 있음을 가정한 기호.
- 나열한다 : !
- 뽑고 나열한다 : C × ! (=P) (P랑 π는 쫌 쓰지마)

② $1 \le a \le b \le 10$: ${}_{10}H_2$

$1 < a < b < 10$: ${}_8C_2$

그럼 $1 \le a < b \le 10$ 은?

$= (1 \le a \le b \le 10) - (1 \le a = b \le 10)$

$= {}_{10}H_2 - {}_{10}H_1$

자유자재로 쓰기.

③ H 쓰고 싶은데 한 개도 못 뽑...

그럼 일단 ... 주고 남은 ...

이 6개는 못뽑 ... 어도 되잖아.

④ 원순열.

하나라도 고정되면 ...

ex) · 10명이 원탁에 ...

· 10명이 원탁에 ... A랑 B는 이웃 ...

⑤ 확률 집합 ...

· 합집합 ...

· 여집합 ...

· 드모르간 : $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

· 조건부확률 : $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

· 서로독립인 사건 : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

⑥ 이산확률 변수

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

⊕ $E(aX+b) = aE(X)+b$

$V(aX+b) = a^2 V(X)$

$\sigma(aX+b) = |a|\sigma(X)$

⑦ 이항분포

$B(n, p)$ ← p의 확률로 n번 일어남.

$E(X) = np$

$V(X) = np$ ...

B(n, P)라고 나오면 N(np, np(1-p))라고 쓰면 됨.

⑧ 정규분포 & 표준 ...

⑨ ... 의 신뢰구간

· 95% : ... $m \le \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

· 99% : $\bar{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

과외자료인데 만든 게 아까워 뿌립니다.
3등급이라도 필요한 학생들!
문제 보고 뭐 부터 해야할 지 모르겠다면?
이번 모평 해설, 관련 개념, 공식들 등
한 번 훑고 가세요❤️

subject

title

24학년도 9평 _ @jonggang girl ._.

check ◻ ◻ ◻ ◻ ◻

date

2. 함수 $f(x) = 2x^2 - x$에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

① $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1}$ 의 값을 물었으니까, 값이 있다는거.

근데 분모 x에 1 넣으면 분모가 0 됨.

분모만 0이 되면 안됨. 즉, 분자도 0이란 뜻.

→ (분자) $f(1)-1=0$ ∴ $f(1)=1$

② $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1} = \lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$

③ $f'(1)$을 구하려면 $f'(x)$부터 알아야겠지.

$f'(x) = 4x-1$

$f'(1) = 3$

#2에 쓰인 개념

〈분모는 0이 될 수 없다!〉

근데, 분모가 0이 나왔다?

→ 분자랑 약분되는 뭔가가 있다는 뜻!

ex) $\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{(x-2)(x-1)} = 5$

다른 건 몰라도 $f(2)=0$ 이어야 함.

$f(2)=0$ ⇒ $(x-2)$를 인수로 갖는다.

즉, $f(x) = (x-2)\times Q(x)$ 꼴.

그래서 $\lim_{x\to2}\frac{\cancel{(x-2)}Q(x)}{\cancel{(x-2)}(x-1)} = 5$ 일 수 있는 거지.

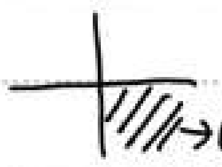
이젠 x에 2 그냥 넣어도 문제없으니까 (분모 0 탈출)

$\frac{Q(2)}{1} = 5$ ∴ $Q(2)=5$ 까지 알 수 O.

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$일 때, $\tan\theta$의 값은? [3점]

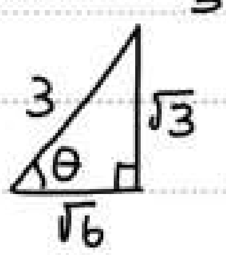
① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

① θ 범위부터 확인.



→ cos 양+ tanθ 물었으니까 ①&② 중 답

② $\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ & 피타고라스 이용해서 직각△ 변 다 써.



→ $\tan\theta = ?\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = ?\ \frac{\sqrt{2}}{2}$

③ 마지막에 ± 확인해주기! → $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

#3에 쓰인 개념

Sin	All
tan	cos

← 각 영역에 있는 것만 ⊕!

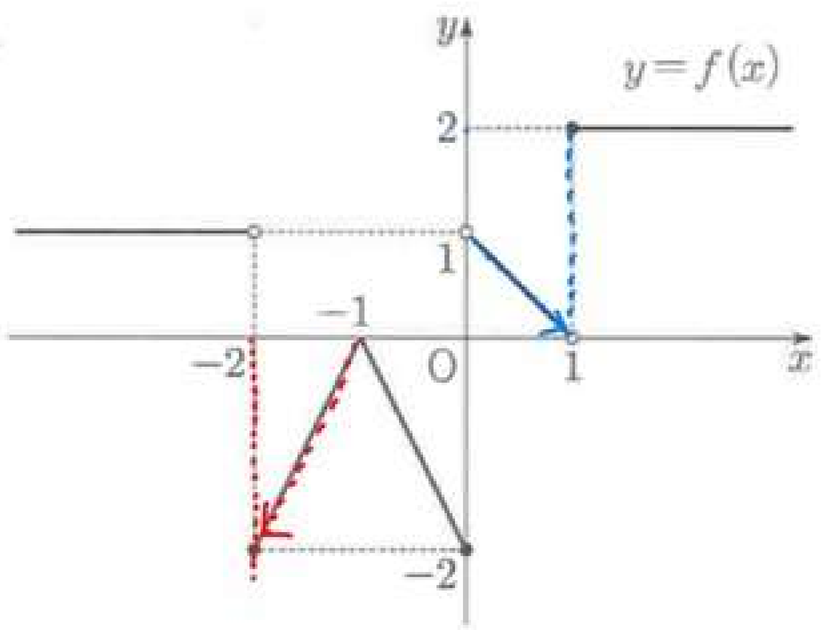
subject

title 24학년도 9평 _ @jongganggirl_:_:_

check

date

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -2+} f(x) + \lim_{x\to 1-} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

① $\lim_{x\to -2^+} f(x)$: x 기준 -2에서 약간 오른쪽에서 오는 점의 y값 //// $=-2$

② $\lim_{x\to 1^-} f(x)$: x기가준 1에서 약간 왼쪽에서 오는 점의 y값 /// $=0$

$\therefore -2+0=-2$

#4에 쓰인 개념

(생략)

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_3a_8}{a_6}=12,\quad a_5+a_7=36$$

일 때, a_{11}의 값은? [3점]

① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

① '모든 항이 양수인 등비수열' : a도 양수, r도 양수

② $a_n = a\cdot r^{n-1}$ (일반항)

③ $\frac{a_3a_8}{a_6} = \frac{a\times r^2\times a\times r^7}{a\times r^5} = ar^4 = 12$

여기서 a든 r이든 한 번에 값 안 나왔다고 당황 X.
수열은 일단 끝까지 풀어보기

$a_5+a_7 = a\times r^4 + a\times r^6$
$= ar^4(1+r^2) = 36$

$\therefore 1+r^2 = 3 \Rightarrow r^2=2$

④ $a_{11} = ar^4\times r^6$
$= 12\times 2^3 = 96$

#5에 쓰인 개념

· 등비수열의 일반항 : $a_n = a\times r^{n-1}$

〈지금 정리하자 등차등비 공식들〉

① 등차수열 일반항 : $a_n = a+(n-1)d$

② 등차수열의 합 : $a_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2} = \frac{n}{2}(a+l)$

③ 등비수열 일반항 : $a_n = a\times r^{n-1}$

④ 등비수열의 합 : $a_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

subject | title | check ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

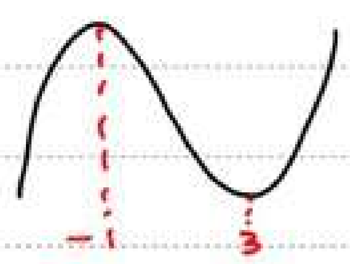
24학년도 9평 _ @jongganggirl_‥_

date

6. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$은 $x=-1$에서 극대이고, $x=3$에서 극소이다. 함수 $f(x)$의 극댓값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

① 그래프 개형 그릴 수 있으면 그리기. 안 그려도 ok.



② '함수 f(x)는 x=-1에서 극대이다.'

= $f'(-1)=0$ 이다.

'함수 f(x)는 x=3에서 극소이다.'

= $f'(3)=0$ 이다.

f'(x) 먼저 필요.

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

③ 대입해도 되지만 우린 2차함수의 최고차항 계수 (3)과 두 근을 모두 아니까 식 새로 만들어서 대조해도 ok.

$f'(x)=3(x+1)(x-3)$

$=3x^2-6x-9$ ⊜ $\therefore a=-3, b=-9$

④ f(x) 식 다시 쓰기. $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$

$f'(x)=3x^2-6x-9$

⑤ 함수 f(x)의 극댓값? → $f(-1)$ ← (문제에 써 있고, ① 그래프에도 有)

$f(-1)=-1-3+9+1=6$

6에 쓰인 개념

(생략)

7. 두 실수 a, b가

$$3a+2b=\log_3 32,\quad ab=\log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a}+\frac{1}{2b}$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

① $3a+2b=\log_3 2^5=5\log_3 2$

② $ab=\log_{3^2}2=\frac{1}{2}\log_3 2$

③ $\frac{1}{3a}+\frac{1}{2b}=\frac{3a+2b}{6ab}=\frac{5\log_3 2}{6\times\frac{1}{2}\times\log_3 2}=\frac{5}{3}$

7에 쓰인 개념

〈로그의 기본 성질〉

1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$

2) $\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

3) $\log_a \frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

4) $\log_a M^k=k\log_a M$

5) $\log_{a^k} M=\frac{1}{k}\log_a M$

6) $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b$

7) $\log_a b\times\log_b a=1$

→ $\log_a b\times\log_b c=\log_a c$

8) $a^{\log_c b}=b^{\log_c a}$

→ $a^{\log_a b}=b$

subject

title

24학년도 9평 _ @jongganggirl -.-

check ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

date

8. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x)=6x^2-2f(1)x, \quad f(0)=4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

① 적분 : $f(x)=2x^3-f(1)x^2+C$

② 대입 : $f(0)=C=4$

$f(1)=2-f(1)+4 \quad \therefore f(1)=3$

$\therefore f(x)=2x^3-3x^2+4$ ← 당황하지 말고 x에 1 넣으면 됨.

③ $f(2)=16-12+4=8$

#8에 쓰인 개념

8번 처럼 식 중간에 함숫값 (ex f(1))이 나오면 당황하지 말고, f(x)구해서 x=1 넣으면 대부분 해결됨.

9. $0\le x\le 2\pi$일 때, 부등식

$$\cos x \le \sin\frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x의 값의 범위는 $\alpha\le x\le\beta$이다. $\beta-\alpha$의 값은? [4점]

① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$ ④ $\frac{19}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

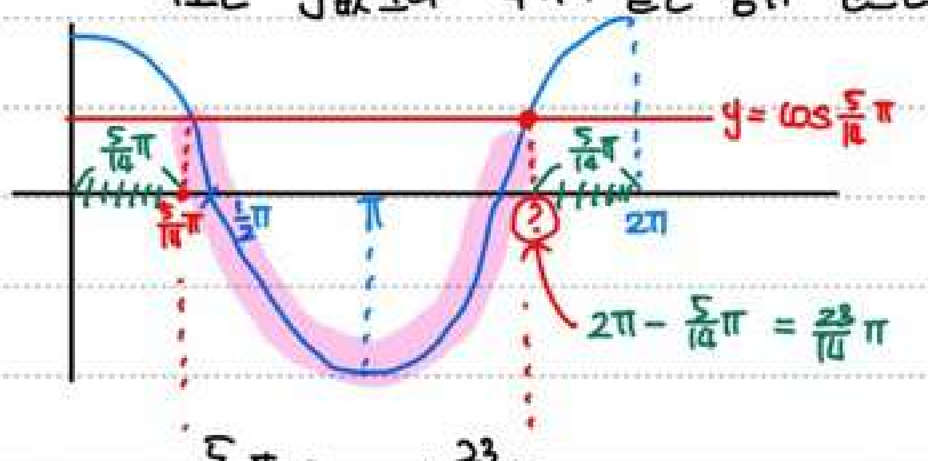
① $\cos x \le \sin\frac{\pi}{7}$ ← 한 식에 cos, sin 같이 나오면 하나로 통일 해주기.

$=$ (공식) $\sin\frac{\pi}{7}=\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\frac{\pi}{7}\right)=\cos\frac{5}{14}\pi$

⇒ $\cos x \le \cos\frac{5}{14}\pi$ 를 만족시키는 x값의 범위.

즉, $y=\cos x$ 그래프 그리고 x에 $\frac{5}{14}\pi$ 넣으면 나오는 y값보다 작거나 같은 범위 만드는 x는?

②



$\frac{5}{14}\pi \le x \le \frac{23}{14}\pi$

$\therefore \alpha=\frac{5}{14}\pi, \ \beta=\frac{23}{14}\pi$

③ $\beta-\alpha=\frac{18}{14}\pi$

#9에 쓰인 개념

① $\sin\theta \leftrightarrow \cos\theta$ 변환

$\sin\left(\frac{1}{2}\pi+\theta\right)=\cos\theta$

$\sin\left(\frac{1}{2}\pi-\theta\right)=\cos\theta$

$\cos\left(\frac{1}{2}\pi+\theta\right)=-\sin\theta$

$\cos\left(\frac{1}{2}\pi-\theta\right)=\sin\theta$

② $\frac{1}{6}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, \pi, 2\pi$ 말고 아예 모르는 각이 나왔을 때 대처법

i) 위 각들을 조합해서 만들었는지 따져보기.

ex) $\sin\left(\frac{23}{6}\pi\right)=\sin\left(2\pi-\frac{1}{6}\pi\right)=\sin\left(-\frac{1}{6}\pi\right)=-\frac{1}{6}\pi$

$\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right)=\sin\left(\pi-\frac{1}{6}\pi\right)=\sin\frac{1}{6}\pi$

$=\sin\left(\frac{1}{2}\pi+\frac{1}{3}\pi\right)=\cos\frac{1}{3}\pi$

ii) 위 각들 사이 어디쯤 있는 지 파악하기. (9번 문제)

ex) $\frac{5}{14}\pi \rightarrow \frac{1}{3}\pi < \frac{5}{14}\pi < \frac{1}{2}\pi$

$\frac{1}{7}\pi \rightarrow 0\pi < \frac{1}{7}\pi < \frac{1}{6}\pi$

subject | title: 24학년도 9평 _ @jonggang girl_ ._._ | check □ □ □ □ □ | date

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$에서의 접선이 점 $(1, 3)$에서 만날 때, $f(0)$의 값은? [4점]

1번접선 2번접선

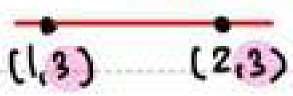
① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

① 문제부터 천천히.

$f(x)$에 두 접선이 있는데 그 접선들이 공통적으로 $(1,3)$지남.

근데 2번접선은 $(2,3)$에서의 접선

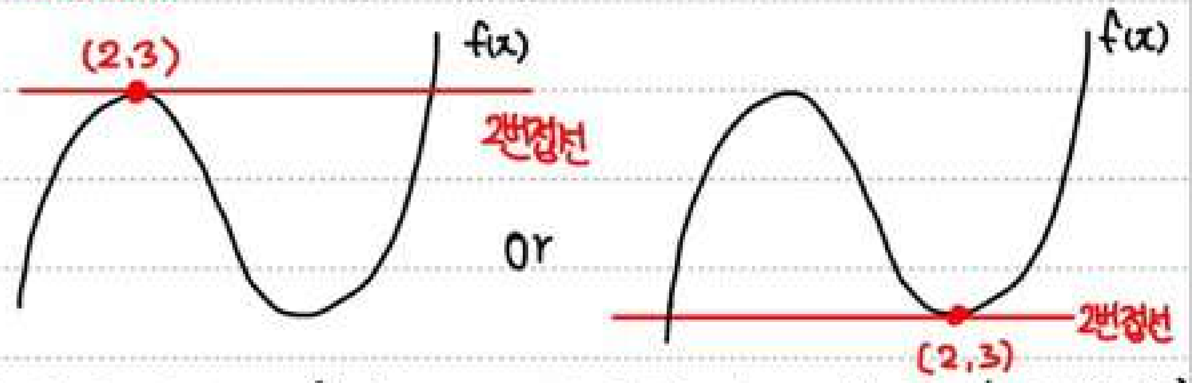
→ y값이 같다! ←



: 같은 y값을 갖는 두 점을 지나는 직선의 기울기 : 무조건 '0'

∴ 2번접선 : $y=3$

② 2번접선까지 개형 그릴 수 O



③ 둘 중 뭐든, $f(x)$는 2에서 중근 갖고 한 실근(a라 하겠음) 갖음. 그리고 $f(2)=3$이고 $x=2$에서 극값 갖음.

$f(x) = (x-2)^2(x-a)+3$

④ 이걸로 1번접선의 방정식 세울 수 있음. (1번접선은 $(-2, f(-2))$와 $(1,3)$지남)

1번 접선의 방정식 $y=f'(-2)(x+2)+f(-2)$

$=(8a+32)(x+2)-16a-29$ ← $(1,3)$대입

$3=(8a+32)\times3-16a-29$ ∴ $a=-8$

⑤ $f(x)=(x-2)^2(x+8)+3$ (2번 그림이 맞았던 거).

$f(0) = 4\times8+3 = 35$

10에 쓰인 개념

〈접선의 방정식〉

$f(x)$에 대하여 $x=a$에서의 접선의 방정식

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

ex) $f(x)=x^2+x+3$에 대하여 점$(1,5)$에서의 접선의 방정식은

→ a가 1인 거니까 $f'(1)=3$, $f(1)=5$

∴ $y=3(x-1)+5$

$=3x+2$

〈함수 밖 점을 지나는 접선의 방정식〉

푸는 법 : 함수 위 점 아무 데나 찍고 (미지수), 그 점에서의 접선의 방정식 구한 후, 주어진 함수 밖 점 대입.

ex) $f(x)=x^2+x$에 대하여 $f(x)$에 접하고 점 $(2,6)$을 지나는 접선의 방정식은

→ 함수 위의 점을 $(a, f(a))$라고 하면

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$=(2a+1)(x-a)+a^2+a$

→ 이 직선이 $(2,6)$ 지난다는 거니까 대입하면

$6=(2a+1)(2-a)+a^2+a$ ∴ $a=2$

∴ $y=5(x-2)+4+2$

$=5x-4$

subject | title: 24학년도 9평 _ @jonggangirl ・ᴗ・ | check | date

11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$일 때 각각 점 A(1)과 점 B(8)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도는 각각

$$v_1(t)=3t^2+4t-7,\quad v_2(t)=2t+4$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 처음으로 4가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

① 10 ② 14 ③ 19 ④ 25 ⑤ 32

① '거리' 하면 '절댓값' 부터 떠올리기.

$|P위치 - Q위치| = 4$

② 속도 적분하면 위치 (적분상수 有)

P위치 : $V_1(t)$적분 $= t^3+2t^2-7t+C_1$

문제에서 P위치 (0,1) 지난다고 함 $\therefore C_1=1$

Q위치 : $V_2(t)$ 적분 $= t^2+4t+C_2$

− 문제에서 Q위치 (0,8) 지난다고 함 $\therefore C_2=2$

$|P위치 - Q위치| = |t^3+t^2-11t-7| = 4$

③ 절댓값 풀어주기 $(*\, t \geq 0)$

i) $t^3+t^2-11t-7=4$

$(t+1)(t^2-11)=0 \quad \therefore t=\sqrt{11}$

ii) $t^3+t^2-11t-7=-4$

$(t-3)(t^2+4t+1)=0 \quad \therefore t=3$

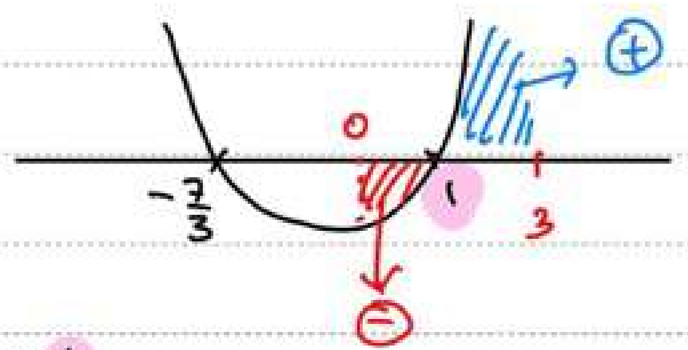
④ $\sqrt{11}$보다 3이 작으니까 '처음으로' 거리가 4된 t는 3

⑤ 출발($t=0$) 부터 $t=3$까지 P가 움직인 거리는?

거리 나왔다! 절댓값!

$$\int_0^3 |V_1(t)\,dt| = \int_0^3 |3t^2+4t-7|\,dt$$

$$= \int_0^3 |(3t+7)(t-1)|\,dt$$

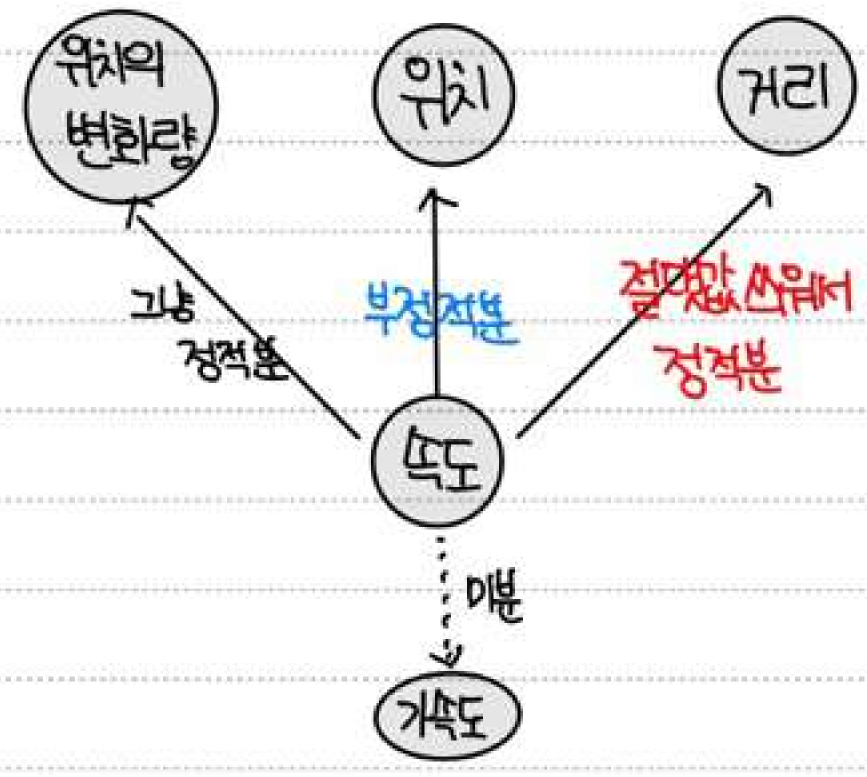


$$\int_0^1 -(3t^2+4t-7)\,dt + \int_1^3 (3t^2+4t-7)\,dt$$

$= 32$

11에 쓰인 개념

〈위치·속도·거리 정리〉



※ 위치의 변화량 → 절댓값 ×

· 거리를 구하라 → 절댓값 O (그래프 그려서 ± 구분)

· 속도 $\xrightarrow{적분}$ 위치 에서 나온 적분상수 : 대부분 문제에서 줌.

ex) 원점에서출발한 ~ → 적분상수 = 0

· 그래프는 속도 그래프를 그려야 거리 ± 알 수 있다.

subject

title

24학년도 9평 _ @jonggang girl_-_-

check

date

12. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2+a_4=40$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

① 올라가면서 구할 지, 내려가면서 구할 지 정하기.
첫째항에 대한 힌트 있고, a_4까지 구하면 되니까 올라가자.

② a_{n+1}이 a_n의 홀짝에 따라 갈리니까 a_1을 먼저 홀짝으로 나눠서 구해보기

③ i) a_1 = 홀 $(2k-1)$

a_1	a_2	a_3	a_4	
$2k-1$	$2k-1+1$ $=2k$(짝)	k	$\xrightarrow{k=\text{홀}}$ $k+1$	⋯ ㉠
			$\xrightarrow{k=\text{짝}}$ $\frac{k}{2}$	⋯ ㉡

㉠ $a_2+a_4=3k+1=40$ ∴ $k=13$ → $a_1=25$

㉡ $a_2+a_4=2k+\frac{k}{2}=40$ ∴ $k=16$ → $a_1=31$

ii) a_1 = 짝 $(2k)$

a_1	a_2	a_3	a_4	
$2k$	k	$\xrightarrow{k=\text{홀}}$ $k+1$(짝)	$\frac{k+1}{2}$	⋯ ㉢
		$\xrightarrow{k=\text{짝}}$ $\frac{k}{2}$ $\xrightarrow{\frac{k}{2}=\text{홀}}$	$\frac{k}{2}+1$	⋯ ㉣
		$\xrightarrow{\frac{k}{2}=\text{짝}}$	$\frac{k}{4}$	⋯ ㉤

㉢ $a_2+a_4=k+\frac{k+1}{2}=40$ ∴ $k=\frac{79}{3}$ → a_1=자연수X

㉣ $a_2+a_4=k+\frac{k}{2}+1=40$ ∴ $k=26$ → $a_1=52$

㉤ $a_2+a_4=k+\frac{k}{4}=40$ ∴ $k=32$ → $a_1=64$

④ 모든 a_1의 합 : $25+31+52+64=172$

#12번에 쓰인 개념

* 12~14, 20, 21에 수열 나오면
오래 걸릴 수도 있으니까 다른 문제 먼저 풀어.

subject | title: 24학년도 9평 _ @jonggangirl_ ̇ _ ̇ _ | check ▢▢▢▢▢ | date

13. 두 실수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{3}x^3-ax^2-bx & (x<0) \\ \frac{1}{3}x^3+ax^2-bx & (x\ge 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$에서 증가할 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}+3\sqrt{2}$ ② $3+3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2}+3\sqrt{2}$ ④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}+3\sqrt{2}$

① 함수의 증감은 기울기에 대한 거니까 일단 미분.

$$f'(x)=\begin{cases} -x^2-2ax-b & (x<0) \\ x^2+2ax-b & (x\ge 0) \end{cases}$$

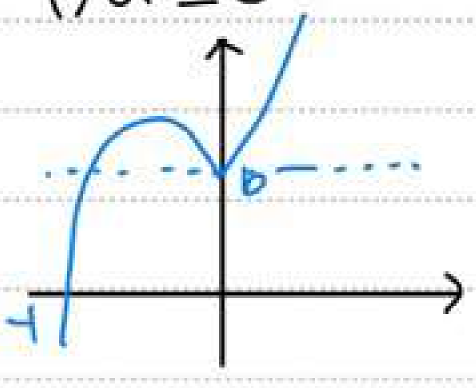
② 이해해보자.

- $f(x)$는 $[-\infty,-1]$에서 감소한다.
  - ⇒ $f'(x)$는 x가 -1보다 작거나 같으면 $f'(x)\le 0$
- $f(x)$는 $[-1,\infty)$에서 증가한다.
  - ⇒ $f'(x)$는 x가 -1보다 크거나 같으면 $f'(x)\ge 0$
- 근데 막상 $f'(x)$는 $x=-1$이 아니라 $x=0$ 기준으로 달라짐. 즉, $x=-1$일 때 $f(x)$는 그냥 3차함수일 뿐. 그런데 3차함수가 $x=-1$에서 증감이 바뀐다?
  - ⇔ $x=-1$에서 극값을 갖는다!
  - $\therefore f'(-1)=0$

③ 알 수 있는 정보. $f'(-1)=-1+2a-b=0$

④ 그래프 추론

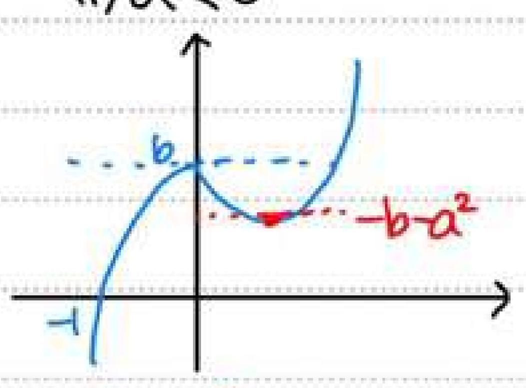
i) $a\ge 0$



$-b\ge 0$

$\Rightarrow 0\le a\le \frac{1}{2}$

ii) $a<0$



$-b-a^2\ge 0$

$\Rightarrow -1-\sqrt{2}\le a<0$

$\llcorner -1-\sqrt{2}\le a\le \frac{1}{2} \lrcorner$

⑤ $a+b=3a-1$ 이니까

$M=\frac{1}{2}$, $m=-4-3\sqrt{2}$ ⇒ $M-m=\frac{9}{2}+3\sqrt{2}$

13 & 14이 뭔가 그래프가 복잡해보이면 일단 넘어가.

subject

title
24학년도 9평 _ @jongganggirl_

check

date

14. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+a}+b & (x\le -8) \\ -3^{x-3}+8 & (x>-8) \end{cases}$$

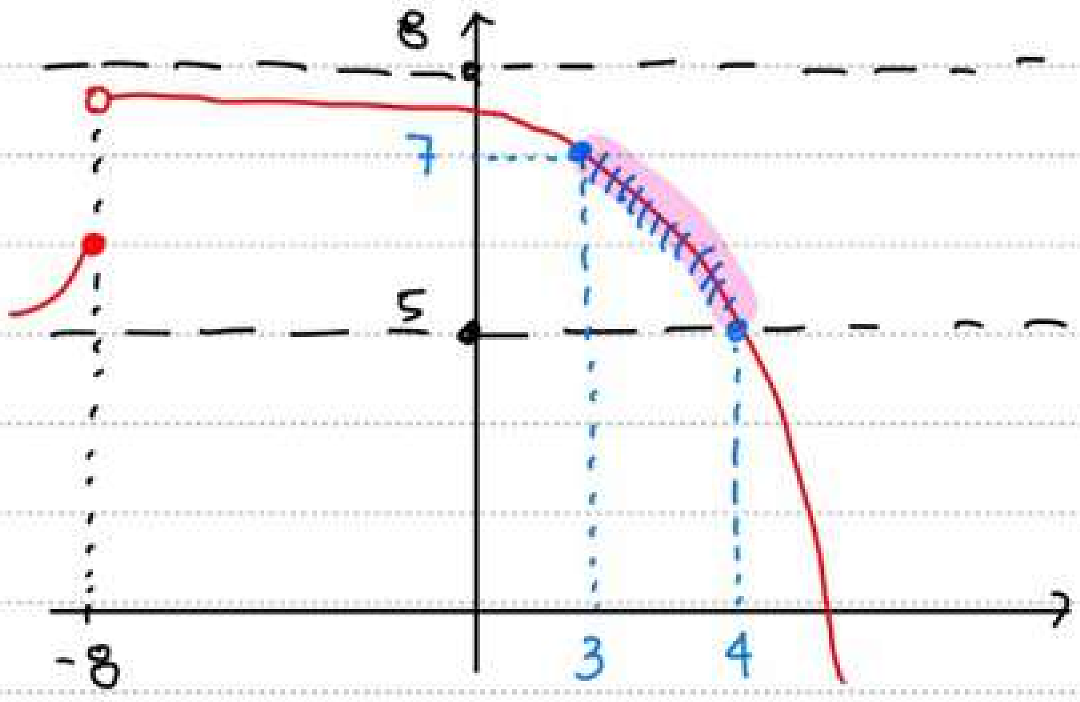
점근선 : $y=8$
$(3,7)$ $(4,5)$
지남.

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

> 집합 $\{f(x)\mid x\le k\}$의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $3\le k<4$이다.

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

* 정교하게 그리면서 풀기.



① $k\le 3$ 에서 : 2개

② $3<k<4$ 에서 : 6추가!

but 개수가 두 개로 고정이려면

왼쪽에서 이미 6 나왔어야함.

③ $f(-8)<7$ 이어야 $k<3$일때 조건 만족 X임.

④ $k=4$에서는 5가 추가되니까 조건 위배.

$\Rightarrow$ $\therefore b=5$

⑤ $6\le 2^{a-8}+5<7$

$8\le a<9$

$\therefore a=8,\ b=5 \Rightarrow 13$

\#12 ~15에 뭔가 그래프가 복잡해보이면

일단 넘어가.

subject | title: 24학년도 9평 _ @jongganggirl_ - ._ | check | date

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x)\neq 0)\\ 3 & (f(x)=0)\end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x\to 3} g(x)=g(3)-1$일 때, $g(5)$의 값은? [4점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

① 만약 $g(x)$가 $x=3$에서 연속이면 $\lim_{x\to 3} g(x)=g(3)$ ∴ $g(x)$는 $x=3$에서 불연속.

즉, $g(x)$를 나누는 기준인 $f(x)=0$ or $\neq 0$ 에서
'$f(x)\neq 0$' 이라는 구간을 따로 빼도록
만드는 게 바로 $x=3$.
$f(x)$가 $x=3$에서 0이라면
$f(x)\neq 0$일 때 $g(x)$의 분모가 0이 되니까
이렇게 나눈것! ∴ $f(3)=0$
→ 분모는 원래 0이면 안됨! ∴ 분자랑 약분해서 지워줘야함.

② $\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)}$ → 이렇게는 약분 불가

$\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)}$ 이렇게 약분 되겠지.

∴ $f(6)=f(3)=0$

③ $f(x)$는 최고차항 계수 1이고,
6이랑 3을 근으로 갖고, 남은 한 근은 a라고 하겠음.

$f(x)=(x-3)(x-6)(x-a)$
$f(x+3)=x(x-3)(x+3-a)$

$\lim_{x\to 3}\dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)}=\lim_{x\to 3}\dfrac{x\cancel{(x-3)}(x+3-a)\{f(x)+1\}}{\cancel{(x-3)}(x-6)(x-a)}$

$=\dfrac{3(6-a)\times 1}{-3(3-a)}=3-1=2$ ∴ $a=4$

④ $g(5)=\dfrac{f(8)\{f(5)+1\}}{f(5)}=\dfrac{40\times(-1)}{-2}=20$

#15에 쓰인 개념

☆ 분모는 ! 0이 ! 될 수 ! 없다!
분모가 0이 되는 x를 만나면 그 x 분자에 넣어도 0 이라서 분모 분자 약분된다는 뜻임.

subject | title: 24학년도 9평 _ @jongganggirl_-.-_ | check | date

16. 방정식 $\log_2(x-1)=\log_4(13+2x)$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

① 정의 범위부터 정해놓기

$x-1>0 \quad \cdots \quad x>1$

$13+2x>0 \quad \cdots \quad x>-\frac{13}{2}$

$\Rightarrow x>1$

② 밑부터 맞추기

$\log_2(x-1) = \log_{2^2}(13+2x)$

$= \frac{1}{2}\log_2(13+2x)$

$= \log_2(13+2x)^{\frac{1}{2}}$

③ 진수끼리 비교

$x-1=(13+2x)^{\frac{1}{2}}$ 양변제곱

$x^2-2x+1=13+2x$ 정리

$x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0 \quad \therefore x=6 \text{ or } -2$

$\therefore x=6$

#16에 쓰인 개념

☆ 로그 문제 나오면 까먹지 말고 '로그의 조건'부터 쓰기.

$a^x=n \longrightarrow \log_a n = x$

조건 ① $a>0,\ a\neq 1$

② $n>0$

(③ x는 실수)

⊕ 참고) 로그의 밑의 변환.

→ 로그로 밑이든 진수든 맞춰 푸는 것 같은데 맞출 것이 딱히 안 보일 때.

1) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ ← c는 맘대로 써

2) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(2a_k-b_k)=34, \quad \sum_{k=1}^{10}a_k=10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k)$의 값을 구하시오. [3점]

① Σ 시작이랑 끝 같은 지 확인 : 모두 $k=1$부터 10까지

② $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-b_k) = 2\sum_{k=1}^{10}a_k - \sum_{k=1}^{10}b_k = 34$

$\sum_{k=1}^{10}a_k=10 \longrightarrow 2\times10-\sum_{k=1}^{10}b_k=34 \quad \therefore \sum_{k=1}^{10}b_k=-14$

③ $\sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k) = \sum_{k=1}^{10}a_k - \sum_{k=1}^{10}b_k$

$= 10+14$

$= 24$

#17에 쓰인 개념

* Σ 두개 이상 나오면 꼭! 범위 확인.

특히 내가 알고 있는 모든 Σ 공식은 다 k=1부터 n까지임.

① $\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$

② $\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

③ $\sum_{k=1}^{n}k^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

④ $\sum_{k=1}^{n}c = nc$

18. 함수 $f(x)=(x^2+1)(x^2+ax+3)$에 대하여 $f'(1)=32$일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

① $f'(1)$ 알려면 $f'(x)$부터 필요.

$f'(x)=2x(x^2+ax+3)+(x^2+1)(2x+a)$

$f'(1)=2(a+4)+2(a+2)=4a+12=32 \quad \therefore a=5$

#18에 쓰인 개념.

$f(x)g(x) \xrightarrow{\text{미분}} f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

→ 이거 문자 달라져도 놀라지말고 공식대로 하기.

$F(x)G(x) \xrightarrow{\text{미분}} f(x)G(x)+F(x)g(x)$

subject

title 24학년도 9평 _ @jonggang girl

check

date

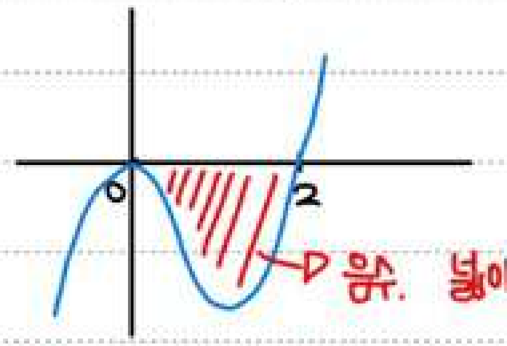
19. 두 곡선 $y=3x^3-7x^2$과 $y=-x^2$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

① 그래프 두개 따로 그리지 말고, 연립해서 하나로 그리기.

$3x^3-7x^2=-x^2$

$3x^3-6x^2=3x^2(x-2)=0$

② 문제 바뀜. $y=3x^2(x-2)$ 와 $y=0$ 으로 둘러싸인 넓이



→ 음수. 넓이니까 절댓값 필요.

③ $\int_0^2 |(3x^3-6x^2)|dx$

$= -\int_0^2 (3x^3-6x^2)dx = -\left[\frac{3}{4}x^4-2x^3\right]_0^2$

$=-12+16=4$

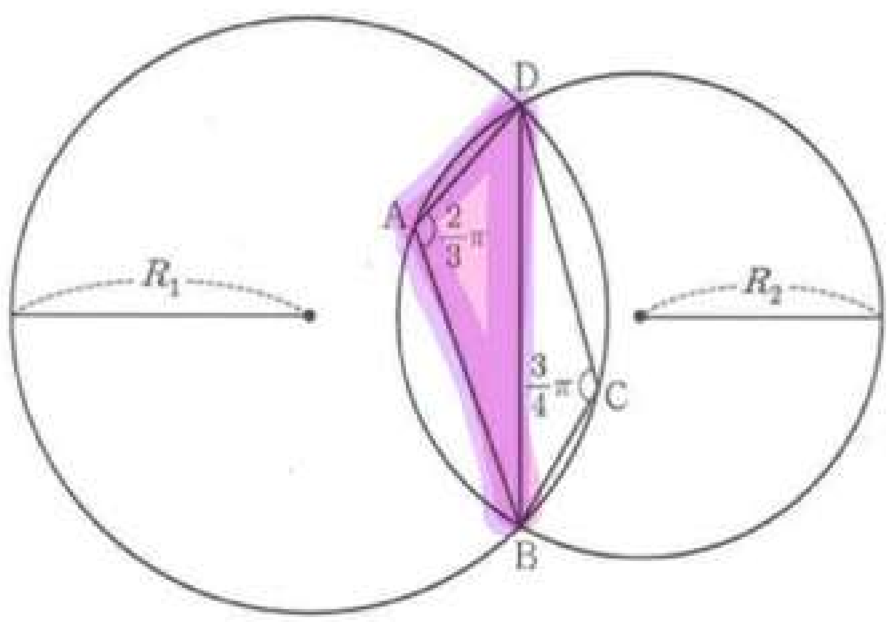
19에 쓰인 개념

제발 '넓이', '거리' 이런 말 보이면 그래프 꼭 그리고 $\pm$ 따져주기. (절댓값!)

20. 그림과 같이

$$\overline{AB}=2,\ \overline{AD}=1,\ \angle DAB=\frac{2}{3}\pi,\ \angle BCD=\frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2라 하자.



다음은 $R_1\times R_2$의 값을 구하는 과정이다.

> 삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여
>
> $R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\overline{BD}$
>
> 이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여
>
> $R_2=\boxed{(가)}\times\overline{BD}$
>
> 이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여
>
> $\overline{BD}^2=2^2+1^2-(\boxed{(나)})$
>
> 이므로
>
> $R_1\times R_2=\boxed{(다)}$
>
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $9\times(p\times q\times r)^2$의 값을 구하시오. [4점]

20번 같이 (가), (나), (다) 구멍 뚫린 문제는

단원 상관 없이 문제의 모든 내용을 이해 못해도 되니까 천천히 읽으면서 빈칸만 채우자는 생각으로 접근하기.

보통, 빈칸 앞뒤만 잘 읽어도 답 나옴.

(가) $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}$를 이용해서 사인법칙 쓰면

$\frac{\overline{BD}}{\sin A}=2R_2$

$R_2=\overline{BD}\times\frac{1}{\sin\frac{2}{3}\pi}\times\frac{1}{2}$

$=\overline{BD}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{BD}$ $\qquad\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}=(가)$

(앞 부분 안 읽어도 답 찾는데 지장 x)

(나) $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2$을 이용해서 코사인법칙 쓰면

$\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{AD}^2-2\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\cos A$

$=2^2+1^2-2\times2\times1\times\cos\frac{2}{3}\pi$

$=2^2+1^2-4\times-\frac{1}{2}$

$=7$ $\qquad\therefore -2=(나)$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{7}$

(다) $R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\overline{BD}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

$R_2=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\overline{BD}=\frac{\sqrt{21}}{3}$

$\therefore R_1R_2=\frac{\sqrt{14}}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{3}=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

답) $9\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\times-2\times\frac{7\sqrt{6}}{6}\right)^2=98$

subject | title: 24학년도 9평 _ @jongganggirl_·_·_ | check | date

21. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. a_7이 13의 배수이고 $\sum_{k=1}^{7} S_k = 644$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]

→ a_n 아님! '$(\sum_{k=1}^{n} a_k) = S_n$ 이라는 수열을 $n=1$부터 7까지 더하는 거!

① S_n을 이용해서 a_n 추론하는 문제 → $S_n - S_{n-1} = a_n$ 이용.

a_n은 등차수열이므로 S_n은 등차수열의 합.

$S_n = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2} = \frac{d}{2}n^2 + (a-\frac{d}{2})n$

② $\sum_{k=1}^{7} S_k = \sum_{k=1}^{7} \{\frac{d}{2}k^2 + (a-\frac{d}{2})k\}$ 공식

$= \frac{d}{2} \times \frac{7\cdot8\cdot15}{6} + (a-\frac{d}{2}) \times \frac{7\cdot8}{2}$

$= 28a + 56d = 644$

$a + 2d = 23$

③ 문제에서 $a_7 = a+6d = 13t$ — (t는 자연수)

$4d = 13t - 23$

$4d + 23 = 13t$

④ d에 1부터 넣어보면서 자연수 t 추론

→ $d=4,\ t=3$ $\therefore a=15$

⑤ $a_2 = a+d = 15+4 = 19$

21에 쓰인 개념

수열 식의 기본꼴이 a_n일 거라는 편견 버리기.

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하고 $g(x)$의 한 부정적분을 $G(x)$라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_1^x f(t)dt = xf(x) - 2x^2 - 1$

(나) $f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$

→ 보자마자 $F(x)G(x)$ 미분한 식이구나!

$\int_1^3 g(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]

① (가) 6평 20번에서 봤지! $x=1$ 대입 & 양변 미분부터!

i) $x=1$ 대입 : $0 = f(1) - 2 - 1$ $\therefore f(1) = 3$ ⋯ ㉠

ii) 양변미분 : $\cancel{f(x)} = \cancel{f(x)} + xf'(x) - 4x$

$\therefore f'(x) = 4$ ⋯ ㉡

$(f(x) = 4x + c_1)$ $(3 = 4 + c_1 \therefore c_1 = -1)$

② ㉡ 적분하고, ㉠ 대입하면 $f(x) = 4x - 1$

③ (나)의 좌변이 $F(x)G(x)$를 미분한 식이니까 다시 양변 적분

$F(x)G(x) = 2x^4 + x^3 + x + C$

적분

$= (2x^2 - x + C_2)G(x) = 2x^4 + x^3 + x + C$

오른쪽이랑 비교해보면 $G(x) = x^2 + x + C_2$

④ $\int_1^3 g(x)dx = G(3) - G(1) = (12 + C_2) - (2 + C_2) = 10$

21~22는 손 대보고 아니다싶으면 확통부터 ㄱㄱ

subject

title

24학년도 9평 _ @jongganggirl

check

date

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(30, \frac{1}{5}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

이건 그냥 공식.

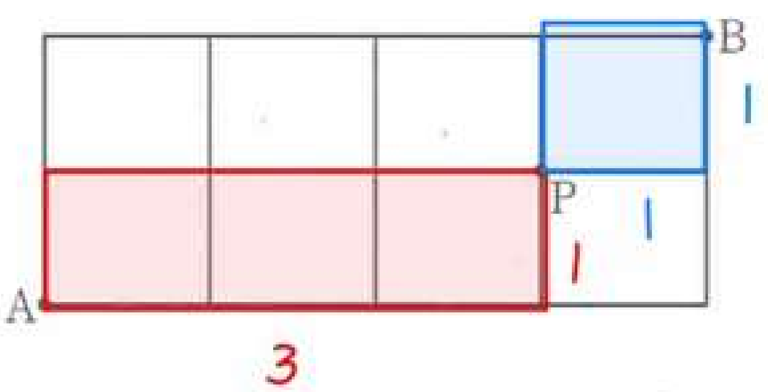
$B(30, \frac{1}{5})$

$E(x) = 30 \times \frac{1}{5} = 6$

23에 쓰인 개념

- 이항분포 $B(n, p)$
- 평균 $= n \times p$
- 분산 $= n \times p \times (1-p)$
- 표준편차 $= \sqrt{n \times p \times (1-p)}$

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 거쳐 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는? [3점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

- 푸는 방법 두가지 다 알아두기

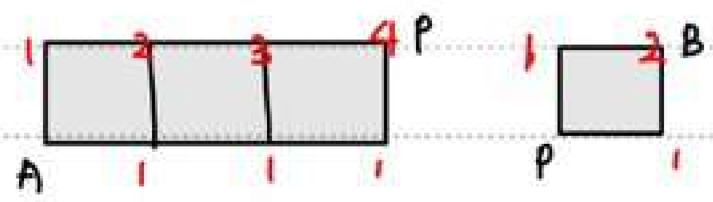
① 식으로 계산

i) $A \to P$: $\frac{(3+1)!}{3!\,1!} = 4$

ii) $P \to B$: $\frac{(1+1)!}{1!\,1!} = 2$

$\Rightarrow 4 \times 2 = 8$

② 세서 계산

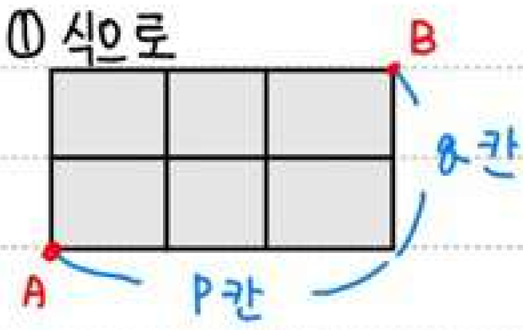


$\Rightarrow 4 \times 2 = 8$

24에 쓰인 개념

〈 식으로 푸는 법과 세서 푸는 법 모두 알아두기 〉

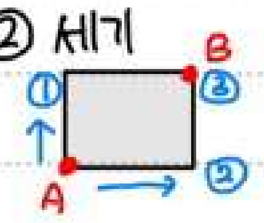
① 식으로



$A \to B = \frac{(p+q)!}{p!\,q!}$

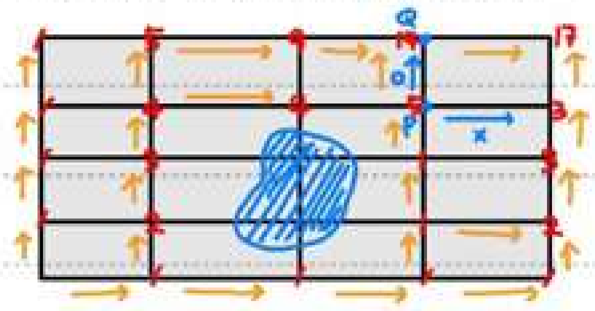
(단점 : 중간에 장애물 있으면 식 복잡해짐)

② 세기



: ①번방향 길 + ②번방향 길 = ③번방향 길.

ex) 중간에 호수도 있고, P는 Q로 밖에 못갈 때 A에서 B로 가는 경우의 수는?



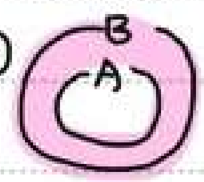
25. 두 사건 A, B에 대하여 A와 B^C은 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{5}, \quad \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \frac{7}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C \cap B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

① A와 B^c은 서로 배반사건 ⇒ B안에 A가 있다.

② 

$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{5}$ B는 A다. (아)

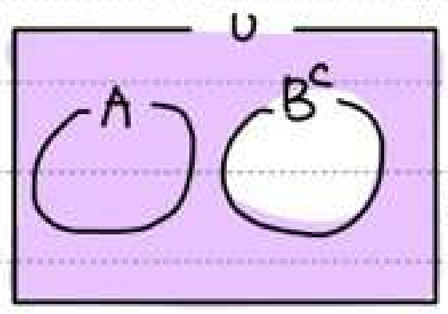
$P(A) + P(B) = \frac{1}{5} + P(B) = \frac{7}{10}$ $\therefore P(B) = \frac{1}{2}$

③ $P(B) - P(A) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$

25에 쓰인 개념

- 배반 사건 : 서로 겹치는 거 X
  여사건 : 전체 - 해당 사건
- 냅다 공식 쓰려고 하지 말고 한국어로 무슨 말인지 먼저 파악.

* 여집합도 하나의 집합. (25번 푸는 방법 2)



공식 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

그림에서 $\| \; P(B^c)$

$= \frac{7}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$

$\therefore P(B) = \frac{1}{2}$

$P(A) = \frac{1}{5}$

subject

title 24학년도 9평 _ @jonggangirl

check

date

26. 어느 고등학교의 수학 시험에 응시한 수험생의 시험 점수는 평균이 68점, 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 수학 시험에 응시한 수험생 중 임의로 선택한 수험생 한 명의 시험 점수가 55점 이상이고 78점 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

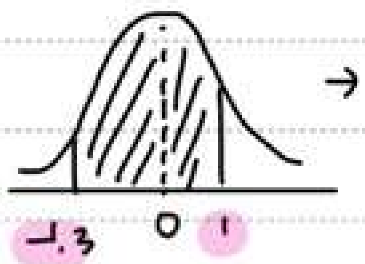
z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.1	0.3643
1.2	0.3849
1.3	0.4032

① 0.7262 ② 0.7445 ③ 0.7492 ④ 0.7675 ⑤ 0.7881

① $N(68, 10^2)$

② $P(55 \le X \le 78)$

$P\left(\frac{55-68}{10} \le Z \le \frac{78-68}{10}\right) = P(-1.3 \le Z \le 1)$



→ $0.4032 + 0.3413 = 0.7445$

26에 쓰인 개념

* 정규분포 $N(m, \sigma^2)$

표준화 $Z = \frac{X-m}{\sigma}$ ('평균을' 뺀다)

* 표본평균에서는 (n개 추출할 때)

$\bar{X} \sim N\left(m, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$

표준화 $Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

* 모평균의 추정 (알아둬)

$N(m, \sigma^2)$ 에서 n개 추출

· 신뢰도 95% : $\bar{x} - 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

· 신뢰도 99% : $\bar{x} - 2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 2.58\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

27. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$에 대하여 X에서 Y로의 모든 일대일함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

> (가) $f(2) = 2$
>
> (나) $f(1) \times f(2) \times f(3) \times f(4)$는 4의 배수이다.

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{4}{35}$ ⑤ $\frac{9}{70}$

① 냅다 풀지 말고 계획부터. 문제 이해부터.

· 일대일 함수 → 겹치지 않고 X→Y 하나씩

· $f(2) = 2$

· 2를 포함한 숫자 네 개 곱해서 4의 배수

→ 남은 숫자 세 개 중에 짝수 하나라도 있으면 됨.

(전체 - 모두 홀수) ★ 여집합으로 풀자!

② $f(2) = 2$로 고정이니까 숫자 세 개만 더 정해주면 ok

i) $f(1), f(3), f(4)$가 될 수 있는 전체 경우는

2 빼고 6개 중에 3개 : ${}_6C_3 \times 3!$

ii) $f(1), f(3), f(4)$가 모두 홀수인 전체 경우는

홀수가 4개니까 : ${}_4C_3 \times 3!$

⇒ $\frac{{}_6C_3 \times 3! - {}_4C_3 \times 3!}{{}_7C_4 \times 4!} = \frac{4}{35}$

27에 쓰인 개념

<용어정리>

· 일대일 대응 : 공역(Y값)에 남는 게 없고 X하나에 Y하나 대응

ex) 1–1, 2–2, 3–4, 4–3

· 일대일 함수 : 공역에 남는 거 있고, X하나에 Y하나 대응

ex) 1–1, 2–2, 3–4

· 문제에서 '$x_1 \ne x_2$ 이면 $f(x_1) \ne f(x_2)$ 이다.' = 일대일 함수다.

⊕ 여집합으로 풀 수 있는 지 의식적으로 고민해보기

subject

title

24학년도 9평 _ @jonggang girl ‿‿

check

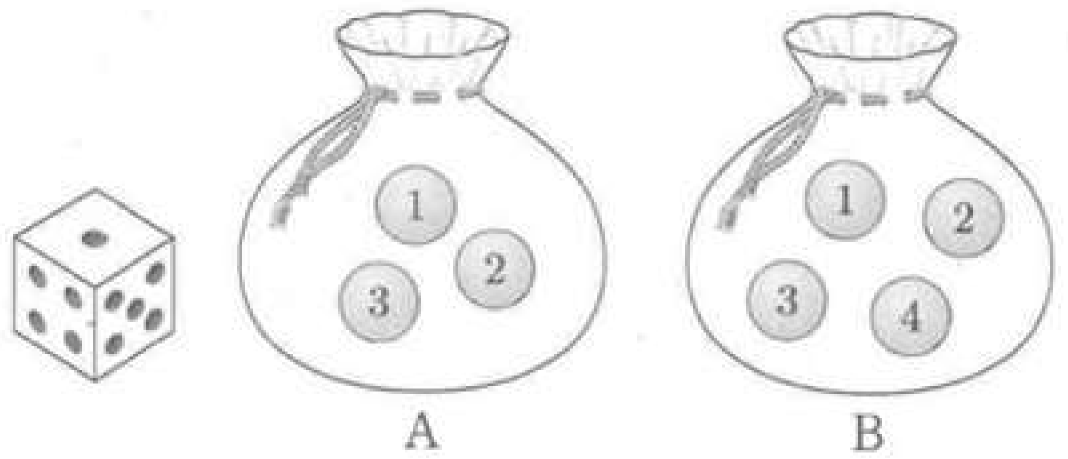
date

28. 주머니 A에는 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적힌 3개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 3의 배수이면 → $\frac{1}{3}$
> 주머니 A에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내고,
> 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면 → $\frac{2}{3}$
> 주머니 B에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낸다.
> 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 수의 차를 기록한 후,
> 공을 꺼낸 주머니에 이 2개의 공을 다시 넣는다.

이 시행을 2번 반복하여 기록한 두 개의 수의 평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X}=2)$의 값은? [4점]

① $\frac{11}{81}$ ② $\frac{13}{81}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{17}{81}$ ⑤ $\frac{19}{81}$



① $P(\overline{X}=2)$ = 두수 평균 2 = $\frac{x_1+x_2}{2}$

∴ 두수의 합 = 4

② 공들의 조합으로 두수의 합 4 만드는 경우

i) 차가 2, 차가 2 나오는 경우

A에서 차가 2 나오려면 ①③공 뿐 : $\frac{1}{3} \times \frac{1}{{}_3C_2} = \frac{1}{9}$

B에서 차가 2나오려면 ①③ or ②④ : $\frac{2}{3} \times \frac{2}{{}_4C_2} = \frac{2}{9}$

→ AA + BB + AB/BA

$\frac{1}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} + \left(\frac{1}{9} \times \frac{2}{9}\right) \times 2 = \frac{9}{81}$

ii) 차가 1, 차가 3 나오거나 반대로 차가 3, 차가 1

A에서 차가 1나오려면 ①② or ②③ : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{{}_3C_2} = \frac{2}{9}$

A에서 차가 3 나올수 X

B에서 차가 1나오려면 ①② ②③ ③④ : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{{}_4C_2} = \frac{1}{3}$

B에서 차가 3 나오려면 ①④ : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{{}_4C_2} = \frac{1}{9}$

→ (AB + BA) × 2

$\left(\frac{2}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{9}\right) \times 2 = \frac{10}{81}$ ⇒ $\frac{19}{81}$

#28에 쓰인 개념

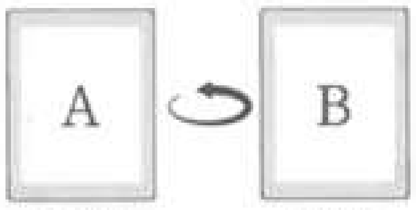
X. 두이 학통 정리 참고.

subject | title: 24학년도 9평 _ @jonggang girl_._._ | check ☐☐☐☐☐ | date

29. 앞면에는 문자 A, 뒷면에는 문자 B가 적힌 한 장의 카드가 있다. 이 카드와 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

> 동전을 두 번 던져 $\rightarrow \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
> 앞면이 나온 횟수가 2이면 카드를 한 번 뒤집고,
> 앞면이 나온 횟수가 0 또는 1이면 카드를 그대로 둔다. $\rightarrow 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

처음에 문자 A가 보이도록 카드가 놓여 있을 때, 이 시행을 5번 반복한 후 문자 B가 보이도록 카드가 놓일 확률은 p이다. $128\times p$의 값을 구하시오. [4점]



앞면 뒷면

Ⓐ _ _ _ _ Ⓑ

이항정리로 풀어야 겠다는 생각이 들었으면
어디서 (위치) 뒤집어야 겠다 ⟶ X (너무복잡)
몇번 (횟수) 뒤집어야겠다 ⟶ O (바른 접근)

① 1번 뒤집는 경우
ex) Ⓐ A A B B Ⓑ

언제가 됐든 한 번 뒤집는 경우
: 5번 중에 1번 $\frac{1}{4}$의 확률로 뒤집고 $\frac{3}{4}$의 확률로 안 뒤집음. (네번)

$\therefore {}_5C_1\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^4 = 405\times\left(\frac{1}{4}\right)^5$

② 2번 뒤집는 경우. → 맨끝이 B로 끝나지 X

③ 3번 뒤집는 경우
ex) Ⓐ B B A A Ⓑ

언제가 됐든 세번 뒤집는 경우 (두번 안뒤집음)

$\therefore {}_5C_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2 = 90\times\left(\frac{1}{4}\right)^5$

④ 4번 뒤집는 경우. → 맨 끝이 B로 끝나지 X

⑤ 5번 뒤집는 경우.

$\therefore {}_5C_5\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^5$

$\Rightarrow 128\times 496\times\left(\frac{1}{4}\right)^5 = 62$

#29에 쓰인 개념

<이항정리>

$${}_nC_r\times a^{n-r}\times b^r$$

* 세도 된다. (맞으면 장땡)

Ⓐ _ _ _ _ Ⓑ

1) A	A	A	A	A	B
2) A	B	A	A	A	B
3) A	A	B	A	A	B
4) A	A	A	B	A	B
5) A	A	A	A	B	B
6) A	B	B	A	A	B
7) A	B	A	B	A	B
8) A	B	A	A	B	B
9) A	A	B	B	A	B
10) A	A	B	A	B	B
11) A	A	A	B	B	B
12) A	A	B	B	B	B
13) A	B	A	B	B	B
14) A	B	B	A	B	B
15) A	B	B	B	A	B
16) A	B	B	B	B	B

핑크	노랑	
4	1	$5\times\left(\frac{3}{4}\right)^4\left(\frac{1}{4}\right)^1$
2	3	$10\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)^3$
0	5	$1\times\left(\frac{3}{4}\right)^0\left(\frac{1}{4}\right)^5$

$\Rightarrow 128\times 496\times\left(\frac{1}{4}\right)^5 = 62$

subject

title

24학년도 9평 _ @jongganggirl

check

date

30. 다음 조건을 만족시키는 13 이하의 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a \le b \le c \le d$
>
> (나) $a \times d$는 홀수이고, $b+c$는 짝수이다.

① 문제부터 천천히 읽고 이해.

(나) (a, d) : (홀, 홀)

(b, c) : (홀, 홀) or (짝, 짝)

→ 경우의 수는 크게 모두 홀수일때와 a,d는 홀수, b,c는 짝수일때로 두 가지임.

② i) 모두 홀수 일 때

13이하 자연수 중 홀수 7개 중 중복허용 4개 고르기

$= {}_7H_4 = 210$

ii) a,d는 홀수 b,c는 짝수일 때.

그럼 $a=b$ 나 $c=d$는 말이 안 되니까

(가) $a < b \le c < d$ 로 바뀜

홀 짝 짝 홀

① a,d가 (1,3)처럼 2칸 차이라면

그 사이에 짝수는 ②하나! $b=c=2$ 임.

(a,d가 두 칸 차이인 경우의수) × (b,c의 경우의수)

$= 6 \times 1 = 6$

② a,d가 (1,5)처럼 4칸 차이라면

그 사이에 짝수는 ②,④ 두개 : (b,c)는 ${}_2H_2$

(a,d가 네칸 차이인 경우의 수) × (b,c의 경우의수)

$= 5 \times {}_2H_2 = 15$

같은 논리로 ③ a,d가 (1, 7)처럼 6칸 차이라면

$= 4 \times {}_3H_2 = 24$

④ a,d가 (1,9) 처럼 8칸 차이라면

$= 3 \times {}_4H_2 = 30$

⑤ a,d가 (1,11) 처럼 10칸 차이라면

$= 2 \times {}_5H_2 = 30$

⑥ a,d가 (1,13) 처럼 12칸 차이라면

$= 1 \times {}_6H_2 = 21$

$\Rightarrow 210 + 126$

$= 336$

#30에 쓰인 개념

X.

subject | title: # 확통 정리 | check | date

① 말 바꾸기

- 뽑는다 : C
- 중복해서 뽑는다: H ← H는 한번도 안 뽑힐수 있음을 가정한 기호.
- 나열한다: !
- 뽑고 나열한다: C × ! (=P) (P랑 π는 걍 쓰지마)

② $1 \le a \le b \le 10$: ${}_{10}H_2$

$1 < a < b < 10$: ${}_8C_2$ ②에서 = 빼면 < 잖아.

그럼 $1 \le a < b \le 10$ 은?

$= (1 \le a \le b \le 10) - (1 \le a = b \le 10)$

$= {}_{10}H_2 - {}_{10}H_1$

자유자재로 쓰기.

③ H 쓰고 싶은데 한 개도 못 받는 애가 없다?

처음부터 개한테 하나 주고 시작하면 그다음부턴 더 안 줘도 OK.

ex) 4명한테 빼빼로 10개 중복허용해서 줌 (= ${}_4H_{10}$)

근데 못받는 애는 없다?

그럼 일단 하나씩 나눠주고 남은 6개 나눠줘.

이 6개는 못받는 애 있어도 되잖아. (= ${}_4H_6$)

④ 원순열.

하나라도 고정되면 아무리 원탁에 앉아도 원순열 아님.

ex) · 10명이 원탁에 앉는다: 원순열 : $(10-1)!$

· 10명이 원탁에 앉는데 A랑 B는 마주본다.

① AB 앉히기 : 원순열 : $(2-1)!$

② 나머지 4명($^{A}_{B}$)4명 앉히기: 원순열 아님 : $8!$

($= {}_8C_4 \times 4! \times 4!$)

⑤ 확률 집합 공식들

· 합집합: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

· 여집합: $P(A^C) = 1 - P(A)$

· 드모르간 : $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

· 조건부확률 : $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

· 서로 독립인 사건 : $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

⑥ 이산확률 변수

$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

⊕ $E(aX+b) = aE(X) + b$

$V(aX+b) = a^2 V(X)$

$\sigma(aX+b) = |a| \sigma(X)$

⑦ 이항분포

$B(n, p)$ ← p의 확률로 n번 일어남.

$E(X) = np$

$V(X) = np(1-p)$

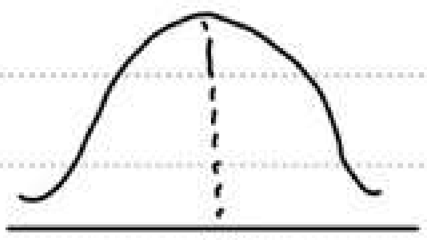
$\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$

B(n, p)라고 나오면 N(np, np(1-p))라고 쓰면 됨.

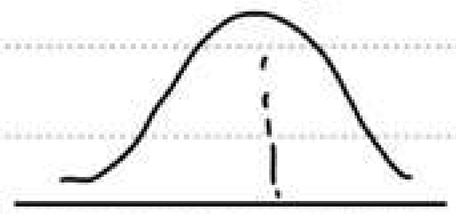
⑧ 정규분포 & 표준정규분포

$X \sim N(m, \sigma^2) \xrightarrow{n\text{개추출}} \bar{X} \sim N\left(m, \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$

표준화: $Z = \frac{X - m}{\sigma}$ $Z = \frac{\bar{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$



m



0

⑨ 신뢰도 (크기 n인 표본에서 모평균의 신뢰구간)

· 95% : $\bar{x} - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

· 99% : $\bar{x} - 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le m \le \bar{x} + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$